ইউনিট ৭

দ্বিপদী উপপাদ্য

ভূমিকা

দ্বিপদী উপপাদ্যের আবিষ্কারক স্যার আইজাক নিউটন। উপপাদ্যটির বিভিন্ন দিকে গণিতবিদ ওমর খৈয়ামেরও যথেষ্ট অবদান রয়েছে। উপপাদ্যটি গণিত শাস্ত্রে যথেষ্ট গুরুত্বপূর্ণ ও প্রয়োজনীয়। বর্তমান ইউনিটে আপনারা দ্বিপদী উপপাদ, দ্বিপদী উপপাদ্যের বিস্তৃতি, দ্বিপদী ধারা ইত্যাদি সম্পর্কে জ্ঞান লাভ করবেন।

উদ্দেশ্য

এই ইউনিট শেষে আপনি-

- *দ্বিপদী উপপাদ্য ও এর বৈশিষ্ট্য সম্পর্কে জ্ঞান অর্জন করবেন।*
- $(a+x)^n$ *এর বিস্তৃতিতে সাধারণ পদের সাহায্যে কিভাবে কোন পদের মান ও সগহ নির্ণয় করা যায় সে সম্পর্কে দক্ষতা অর্জন করবেন এবং মধ্যপদ নির্ণয় করতে পারবেন।*
- *অসীম দ্বিপদী ধারায় অভিসৃতি ব্যাখ্যা ও প্রয়োগ সম্পর্কে দক্ষতা অর্জন করবেন।*

পাঠ ১ দ্বিপদী উপপাদ্য ও এর বৈশিষ্ট্য

উদ্দেশ্য

এই পাঠ শেষে আপনি-

- গাণিতিক আরোহ পদ্ধতিতে দ্বিপদী উপপাদ্যের প্রমাণ করতে পারবেন;
- দ্বিপদী উপপাদের বৈশিষ্ট্য বর্ণনা করতে পারবেন।

দ্বিপদী উপপাদ্য

$(a+x)^{n} = a^{n}+{}^{n}C_{1}a^{n-1}x^{1} + {}^{n}C_{2}a^{n-2}x^{2}+ - - - - - - + {}^{n}C_{r}a^{n-r}x^{r}+ - - - - + {}^{n}C_{n}x^{n}$, এই সূত্রটিকে দ্বিপদী উপপাদ্য বলে।

গাণিতিক আরোহ পদ্ধতিতে দ্বিপদী উপপাদ্যের প্রমাণ

$$(a+x)^{2} = a^{2}+2ax+x^{2}= a^{2}+{}^{2}C_{1}a^{2-1}x^{1}+{}^{2}C_{2}a^{2-2}x_{2} - - - - \text{(i)}$$

$$[\ \therefore\ {}^{2}C_{1} = 2,\ {}^{2}C_{2} = 1\ ]$$

$$(a+x)^{3} = a^{3}+3a^{2}x+3ax^{3}+x^{3}$$

$$= a^{3}+{}^{3}C_{1}a^{3-1}x^{1}+{}^{3}C_{2}a^{3-2}x^{2}+{}^{3}C_{3}a^{3-3}.x^{3} - - - - - \text{(ii)}$$

$$[\ \therefore\ {}^{3}C_{1}=3,\ {}^{3}C_{2}=3,\ {}^{3}C_{3} = 1\ ]$$

সুতরাং সূত্রটি n =2, n=3 এর জন্য সত্য। এখন মনে করুন সূত্রটি $n = k$ এর জন্য সত্য।

$$\therefore\ (a+x)^{k} = a^{k} +{}^{k}C_{1}a^{k-1}x^{1} + {}^{k}C_{2}a^{k-2}x^{2}+ - - - +{}^{k}C_{r}a^{k-r}x^{r} - + - - - + {}^{k}C_{k}x^{k} - - - \text{(iii)}$$

(iii) এর উভয়দিকে $(a+x)$ দ্বারা গুণ করে আমরা পাই,

$$(a+x)^{k} . (a+x) = (a+x)\ \{ a^{k}+{}^{k}C_{1}a^{k-1}x^{1}+{}^{k}C_{2}a^{k-2}x^{2}+ - - +{}^{k}C_{r}a^{k-r}x^{2} + - -- +{}^{k}C_{k}x^{k}\}$$

$$\therefore\ (a+x)^{k+1} = a^{k+1} + {}^{k}C_{1}a^{k}x^{1}+{}^{k}C_{2}a^{k-1}x^{2}+ - - - - - +{}^{k}C_{r}a^{k-r+1}x^{2}+ - - -$$

$$+ {}^{k}C_{k}ax^{k}+a^{k}x + {}^{k}C_{1}a^{k-1}x^{2}+{}^{k}C_{2}a^{k-2}x^{3}+ - - - +{}^{k}C_{r-1}a^{k-r+1} x^{r} +$$

$$+{}^{k}C_{r}a^{k-r}x^{r+1}+ - - - - - - - + {}^{k}C_{k}x^{k+1}.$$

$$= a^{k+1}+(1+{}^{k}C_{1})a^{k}x+({}^{k}C_{2}+{}^{k}C_{1})\ a^{k-1}x^{2}+ - - + ({}^{k}C_{r}+{}^{k}C_{r-1})a^{k-r+1}\ x^{r}+ - -$$

$$+ {}^{k}C_{k}x^{k+1} - - - - - - - - - - \text{(iv)}$$

সেহেতু, ${}^{k}C_{r} + {}^{k}C_{r-1} = {}^{k+1}C_{r}$,

$${}^{k}C_{1}+{}^{k}C_{o} = {}^{k}C_{1}+1 = {}^{k+1}C_{1},$$

${}^{k}C_{2}+{}^{k}C_{1} = {}^{k+1}C_{2}$ ইত্যাদি।

$\therefore\ (a+x)^{k+1} = a^{k+1} + {}^{k+1}C_1 a^k x + {}^{k+1}C_2 a^{k-1} x^2 + \text{- - - - - -} + {}^{k+1}C_r a^{k-r+1} x^r + \text{- - - -}$

$+\ {}^{k+1}C_{k+1} x^{k+1}$ - - - - - - - - (v)

(v) নং হতে দেখা যায়, (iii) নং সূত্রটি $n = k+1$ এর জন্যও সত্য।

অতএব সূত্রটি যদি $n = 2$ এর জন্য সত্য হয়, তবে উহা $n = 2+1 = 3$ এর জন্যও সত্য। আবার $n=3$ এর জন্য সত্য হলে, $n=4$ এর জন্য ও সত্য। সুতরাং n এর সকল ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যার জন্য উপপাদ্যটি সত্য।

$\therefore\ (\mathrm{a}+x)^n = \mathrm{a}^n + {}^n\mathrm{C}_1 \mathrm{a}^{n-1} x^1 + {}^n\mathrm{C}_2 \mathrm{a}^{n-2} x^2 + \text{- - - - } + {}^n\mathrm{C}_r \mathrm{a}^{n-r} x^r + \text{- - -} + {}^n\mathrm{C}_n x^n.$

দ্বিপদী উপপাদ্যের বৈশিষ্ট্য ঃ

(i) উপপাদ্যের বিস্তৃতিতে $(n+1)$ সংখ্যক পদ থাকে।

(ii) বিস্তৃতির প্রত্যেক পদে a এবং x এর ঘাতের সমষ্টি সমান থাকে।

(iii) বিস্তৃতির প্রথম ও শেষ পদ হতে সমদূরবর্তী পদগুলির সহগ পরস্পর সমান থাকে।

পাঠ ২ প্যাসকালের ত্রিভুজ (Pascal's triangle):

উদ্দেশ্য

এই পাঠ শেষে আপনি-

- প্যাসকলের ত্রিভুজের সাহায্যে $(a+x)^n$ এর বিস্তৃতিতে সহগ নির্ণয়ে দক্ষতা অর্জন করবেন।

প্যাসকালের ত্রিভুজ (Pascal's triangle):

নিম্নের ত্রিভুজীয় ছক লক্ষ্য করুন ঃ

সারি		ত্রিভুজীয় ছক		দ্বিপদী রাশির বিস্তার
প্রথম সারি	$\rightarrow$	1 1	$\rightarrow$	$(a+x)^1 = 1.a+1.x.$
দ্বিতীয় সারি	$\rightarrow$	1 2 1	$\rightarrow$	$(a+x)^2 = 1.a^2+2.ax.+1.x^2$
তৃতীয় সারি	$\rightarrow$	1 3 3 1	$\rightarrow$	$(a+x)^3 = 1.a^3+3a^2x+3ax^2+1.x^3.$

ত্রিভুজীয় ছকটির প্রথম সারিতে 1, 1; দ্বিতীয় সারিতে 1, 2, 1; এবং তৃতীয় সারিতে 1, 3, 3, 1 সংখ্যাগুলো আছে। এই ক্ষেত্রে লক্ষ্য করুন প্রত্যেক সারির সংখ্যাগুলো যথাক্রমে $(a+x)^1$, $(a+x)^2$, $(a+x)^3$ এর বিস্তৃতির সহগগুলোর সাথে মিলে গেছে। উপরোক্ত প্রক্রিয়ায় $(a+x)$ রাশির যে কোন ঘাতবিশিষ্ট সংখ্যার বিস্তৃতির সগহ নির্ণয় করা যায়। দ্বিপদী রাশির এই পদ্ধতিতে সহগ নির্ণয়কে প্যাসকালের ত্রিভুজ বলে।

উদাহরণ-1 ঃ প্যাসকালের ত্রিভুজের সাহায্যে $(a+x)^5$ এর বিস্তৃতিতে সহগ নির্ণয় কর।

সমাধান ঃ

সারি		ত্রিভুজীয় ছক		দ্বিপদী রাশির বিস্তার
১ম সারি	$\rightarrow$	1 1	$\rightarrow$	$(a+x)^1 = 1.a+1.x.$
২য় সারি	$\rightarrow$	1 2 1	$\rightarrow$	$(a+x)^2 = 1.a^2+2a.x+1.x^2$
৩য় সারি	$\rightarrow$	1 3 3 1	$\rightarrow$	$(a+x)^3 = 1.a^3+3a^2x+3.ax^2+1.x^3.$
৪র্থ সারি	$\rightarrow$	1 4 6 4 1	$\rightarrow$	$(a+x)^4 = 1.a^4+4a^3x+6a^2x^2+4ax^3+1.x^4$
৫ম সারি	$\rightarrow$	1 5 10 10 5 1	$\rightarrow$	$(a+x)^5= 1.a^5+5a^4x+10a^3x^2+10a^2x^3+5ax^4+1.x^5.$

$\therefore\ (a+x)^5 = a^5+5a^4x+10a^3x^2+10a^2x^3+5ax^4+x^5.$

পাঠ ৩ $(a+x)^n$ এর বিস্তৃতিতে সাধারণ পদ (general term) নির্ণয়

উদ্দেশ্য

এই পাঠ শেষে আপনি-

- $(a+x)^n$- এর বিস্তৃতিতে সাধারণ পদ নির্ণয়ে দক্ষতা অর্জন করবেন।

$(a+x)^n$ এর বিস্তৃতিতে সাধারণ পদ (gereral term) নির্ণয়

আমরা জানি,

$$(a+x)^n = a^n + {}^nC_1a^{n-1}x^1 + {}^nC_2a^{n-2}x^2 + \text{- - - - - -} + {}^nC_ra^{n-r}x^r + \text{- - -} + x^n \text{ - - - - - - (i)}$$

(i) নং এর বিস্তৃতিতে মনে করুন,

প্রথম পদ, $T_1 = a^n$, দ্বিতীয় পদ, $T_2 = {}^nC_1a^{n-1}x^1 = {}^nC_{2-1}a^{n-(2-1)}x^{2-1}$.

তৃতীয় পদ, $T_3 = {}^nC_2a^{n-2}x^2 = {}^nC_{3-1}a^{n-(3-1)}x^{3-1}$.

এখানে দ্বিতীয় ও তৃতীয় পদে দেখা যায়, বাম দিকের 2 এর সাথে ডানদিকের 2, বাম দিকের 3 এর সাথে ডান দিকের 3 এর একটা মিল আছে। এইভাবে অগ্রসর হয়ে আমরা লিখতে পারি r তম পদ, $T_r = {}^nC_{r-1}a^{n-(r-1)}x^{r-1}$ এবং $(r+1)$ তম পদ, $T_{r+1} = {}^nC_ra^{n-r}x^r$.

সুতরাং এই $T_{r+1} = {}^nC_ra^{n-r}x^r$ পদকে সাধারণ পদ বলে। সাধারণ পদের সাহায্যে আমরা বিভিন্ন দ্বিপদী রাশির পদসংখ্যা ও সহগ নির্ণয় করতে পারি।

উদাহরণ-1 ঃ $(1+x)^{44}$ এর বিস্তৃতিতে 21 তম পদ নির্ণয় করুন।

সমাধানঃ মনে করুন, $r+1=21$ বা $r=20$.

$$\therefore\ T_{r+1} = T_{20+1} = {}^{44}C_{20}x^{20}$$
$$= \frac{\lfloor\underline{44}}{\in\underline{20}\ \in\underline{44-20}}\ x^{20} = \frac{\lfloor\underline{44}}{\lfloor\underline{20}\lfloor\underline{24}}\ x^{20}$$

উদাহরণ-2 ঃ $(x^2-7x)^{12}$ এর বিস্তৃতিতে x^{14} এর সহগ নির্ণয় করুন।

সমাধান ঃ মনে করুন, T_{r+1} তম পদে x^{14} আছে।

$$\therefore\ T_{r+1} = {}^{12}C_r(x^2)^{12-r}(-7x)^r$$
$$= {}^{12}C_r\,x^{24-2r}.(-7)^rx^r$$
$$= {}^{12}C_r\,(-7)^rx^{24-2r+r} = {}^{12}C_r(-7)^r\,x^{24-r}$$

এখন সাধারণ পদের x^{24-r} এর ঘাত এবং x^{14} এর ঘাত সমান হবে।

$$\therefore\ 24-r = 14 \text{ বা } r = 24-14 = 10.$$
$$\therefore\ T_{10+1} = {}^{12}C_{10}\,(-7)^{10}\,x^{24-10}$$
$$= {}^{12}C_{10}.7^{10}x^{14}$$

অতএব x^{14} এর সহগ $= {}^{12}C_{10}(7)^{10}$

উদাহরণ-3 ঃ $(2x+3y)^{14}$ এর বিস্তৃতিতে 8 তম পদ নির্ণয় করুন।

সমাধান ঃ মনে করুন $r+1=8$ বা $r=7$

$$\therefore\ T_{r+1} = T_{7+1} = {}^{14}C_7\,(2x)^{14-7}.(3y)^7$$

$= {}^{14}C^7 \, (2x)^7.(3y)^7$

$= {}^{14}C_7.2^7.3^7.x^7.y^7$

উদাহরণ-4 ঃ $\left(x^3 - \frac{1}{2x}\right)^{10}$ এর বিস্তৃতিতে x^{10} এর সহগ নির্ণয় করুন।

সমাধান ঃ মনে করুন, T_{r+1} তম পদে x^{10} আছে।

$$\therefore \; T_{r+1} = {}^{10}C_r (x^3)^{10-r}, \left(-\frac{1}{2x}\right)^r$$

$$= {}^{10}C_r \, x^{30-3r}. \left(\frac{-1}{2}\right)^r . x^{-r}$$

$$= {}^{10}C_r \left(-\frac{1}{2}\right)^r . x^{30-4r}.$$

এখন $30-4r = 10$ বা $4r = 30-10 = 20$ বা $r = 5.$

$$\therefore \; T_{5+1} = {}^{10}C_5 \left(-\frac{1}{2}\right)^r . x^{30-20} = {}^{10}C_5 \left(-\frac{1}{2}\right)^5 x^{10}$$

$\therefore$ x^{10} এর সহগ $= {}^{10}C_5 \left(-\frac{1}{2}\right)^5 = -\dfrac{{}^{10}C_5}{2^r}$

উদাহরণ-5 ঃ $\left(\frac{1}{x^2} - x\right)^{18}$ এর বিস্তৃতিতে x বর্জিতে পদটি নির্ণয় করুন।

সমাধান ঃ x বর্জিত পদ বলতে আমরা সেই পদকে বুঝি যে পদে x থাকে না অর্থাৎ x এর ঘাত শূন্য থাকে। [$x^\circ = 1$].

মনে করুন T_{r+1} তম পদে x° আছে।

$$\therefore \; T_{r+1} = {}^{18}C_r \left(\frac{1}{x^2}\right)^{18-r} . (-x)^r$$

$$= {}^{18}C_r \, x^{-36+2r} (-1)^r x^r.$$

$$= {}^{18}C_r \, x^{-36+3r} (-1)^r.$$

$\therefore \; -36 + 3r = 0$

বা $3r = 36 \quad r = 12.$

$\therefore$ নির্ণেয় পদ $= T_{13} = {}^{18}C_{12} \, (-1)^{12}.x^\circ$

$$= \frac{\lfloor 18}{\lfloor 12 \, \lfloor 18-12} = \frac{\lfloor 18}{\lfloor 12 \, \lfloor 6} = 18564$$

পাঠ ৪ $(a+x)^n$-এর বিস্তৃতিতে মধ্যপদ নির্ণয়

উদ্দেশ্য

এই পাঠ শেষে আপনি-

- $(a+x)^n$ এর বিস্তৃতিতে মধ্যপদ নির্ণয়ে দক্ষতা অর্জন করবেন।

$(a+x)^n$ এর বিস্তৃতিতে মধ্যপদ (Middle term) নির্ণয় যেখানে n একটি ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা

আমরা জানি, $(a+x)^n$ এর বিস্তৃতিতে মোট পদ সংখ্যা $= n+1$. এখন মনে করুন, উহার $(r+1)$ তম পদটি মধ্যপদ। সুতরাং উক্ত পদের অগ্রে ও পশ্চাতে সমান সংখ্যক পদ থাকবে। যেহেতু $(r+1)$ তম পদের পশ্চাতে r সংখ্যক পদ

আছে, সেহেতু উহার অগ্রেও r সংখ্যক পদ থাকবে। তাহলে $(a+x)^n$ এর বিস্তৃতিতে মোট পদ সংখ্যা

$= (r) + (1) + (r) = 2r+1.$

পশ্চাতে মাঝে অগ্রে

$\therefore\ n+1 = 2r+1$ বা $r = \dfrac{n}{2}$

(i) n ধনাত্মক জোড় সংখ্যা হলে, মধ্যপদ হবে $T_{\frac{n}{2}+1}$

বা $T_{\frac{n+2}{2}}$ তম পদ।

$$\therefore\quad T_{\frac{n}{2}+1} = {}^nC_{\frac{n}{2}}\ a^{n-\frac{n}{2}}\ x^{\frac{n}{2}}$$

$$= {}^nC_{\frac{n}{2}}\ a^{\frac{n}{2}}\ x^{\frac{n}{2}}$$

(ii) n ধনাত্বকে বিজোড় সংখ্যা হলে,

মধ্যপদ হবে $T_{\frac{n+1}{2}}$ এবং $T_{\frac{n+3}{2}}$ তম পদদ্বয়।

$$\therefore\quad T_{\frac{n+1}{2}} = {}^nC_{\frac{n+1}{2}-1}\ a^{n-\left(\frac{n+1}{2}-1\right)}\ x^{\frac{x+1}{2}-1}$$

$$= {}^nC_{\frac{n-1}{2}}\ a^{\frac{n+1}{2}}\ x^{\frac{n-1}{2}}$$

$$\therefore\quad T_{\frac{n+3}{2}} = T_{\frac{n+1}{2}+1} = {}^nC_{\frac{n+1}{2}}\ a^{n-\frac{n+1}{2}}\ x^{\frac{n+1}{2}}$$

$$= {}^nC_{\frac{n+1}{2}}\ a^{\frac{n-1}{2}}\ .\ x^{\frac{n+1}{2}}$$

উদাহরণ-1 ঃ $\left(\dfrac{x}{y}+\dfrac{y}{x}\right)16$ এর বিস্তৃতিতে মধ্যপদ নির্ণয় করুন।

সমাধান ঃ এখানে $n = 16$, জোড় সংখ্যা

সুতরাং মধ্যপদ $= T_{\frac{16+2}{2}} = T_9 = T_{8+1} = {}^{16}C_8 \left(\dfrac{x}{y}\right)8 . \left(\dfrac{y}{x}\right)8$

$$= {}^{16}C_8 = \frac{\lfloor 16}{\lfloor 8 \lfloor 8}$$
$$= 12870$$

উদাহরণ-2 ঃ $\left(x-\frac{1}{x}\right)^{11}$ এর বিস্তৃতিতে মধ্যপদ নির্ণয় করুন।

সমাধান ঃ এখানে $n = 11$, বিজোড় সংখ্যা

সুতরাং মধ্যপদ দুইটি হচ্ছে, $T_{\frac{11+1}{2}} = T_6$ এবং $T_{\frac{11+3}{2}} = T_7$

$$\therefore\ T_6 = T_{5+1} = {}^{11}C_5 (x)^{11-5} \left(-\frac{1}{x}\right)^5.$$
$$= {}^{11}C_5\, x^6 \,(-1)^5 \cdot \frac{1}{x^5}$$

$$= -\,462\, x$$
$$\therefore\ T_7 = T_{6+1} = {}^{11}C_6\, (x)^{11-5} \left(-\frac{1}{x}\right)^6$$
$$= {}^{11}C_6\, x^5 . \frac{1}{x^6} = \frac{462}{x}$$

পাঠ ৫ দ্বিপদী ধারা

উদ্দেশ্য

এই পাঠ শেষে আপনি-

- দ্বিপদী ধারা সম্পর্কিত সমস্যা সমাধানে দক্ষতা অর্জন করবেন।

দ্বিপদী ধারা (Binomial Series):

আমরা জানি,

$$(a+x)^n=a^n+na^{n-1}x+\frac{n(n-1)}{\lfloor\underline{2}}x^2+ - - - - +\frac{n(n-1) - - - - (n-r+1)}{\lfloor\underline{r}}a^{n-r}x^r - - - +x^n - - - \text{(i)}$$

$$(1+x)^n = 1+nx+\frac{n(n-1)}{\lfloor\underline{2}}n^2 + - - - + \frac{n(n-1)............(n-r+2)}{\lfloor\underline{r}}x^r + - - - - +x^n - - - - - - \text{(ii)}$$

(i) এবং (ii) নং এর ডানদিকের বিস্তৃতির ধারাকে দ্বিপদী ধারা বলা হয়। এখানে $(a+x)^n$ বা $(1+x)^n$ এর বিস্তৃতিতে n ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা হলে ধারাটি সমীম হবে এবং n ধনাত্মক বা ভগ্নাংশ হলে ধারাটি অসীম হবে।

(a) সসীম ধারা (Finite series):

যদি কোন ধারায় নির্দিষ্ট সংখ্যক পদ থাকে, সে ধারাকে সসীম ধরা বলে। যেমন, $1+2+3+ - - - - + 9+10$. উহা একটি সসীম ধারা যার পদ সংখ্যা 10.

(b) অসীম ধারা (Infinite series) ঃ

যদি কোন ধারার পদ সংখ্যা অসীম হয়, সে ধারাকে অসীম ধারা বলে। যেমন $\frac{1}{6}+\frac{1}{7}+\frac{1}{8} - - - - -$ উহা একটি অসীম ধারা।

(c) অভিসারী ধারা (Convergent series) ঃ

যদি কোন অসীম ধারায় n সংখ্যক পদের যোগফল একটি নির্দিষ্ট সসীম সংখ্যা হয় (n এর মান $\propto$ হইলেও), তবে অসীম ধারাটিকে অভিসারী ধারা বলে। যেমন $\frac{1}{1.2}+\frac{1}{2.3}+\frac{1}{3.4}+ - - -$, উহা একটি অভিসারী ধারা। কারণ এই ধারায় n সংখ্যক পদের যোগফল

$$\begin{aligned}S_n &= \frac{1}{1.2}+\frac{1}{2.3}+\frac{1}{3.4}+ - - - - - +\frac{1}{n(n+1)}\\ &= (1-\frac{1}{2})+(\frac{1}{2}-\frac{1}{3})+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)+ - - - - +\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)\\ &= 1-\frac{1}{n+1}\end{aligned}$$

যখন $n\to\propto$ তখন $S_\propto = 1-0 =1$

অর্থাৎ n এর মান $\propto$ হইলে, ধারাটির যোগফল (একটি সসীম সংখ্যা)। সুতরাং প্রদত্ত ধারাটি অভিসারী।

উদাহরণ-1 ঃ $(1-2x)^{-2}$ কে চতুর্থ পদ পর্যন্ত বিস্তার করুন।

সমাধান ঃ $(1-2x)^{-2} = 1+(-2)(-2x)+\frac{(-2)(-2-1)}{\lfloor\underline{2}}(-2x)^2+\frac{(-2)(-2-1)(-2-2)}{\lfloor\underline{3}}(-2x)^3+ - -$

$= 1+4x+12x^2+32x^3+ - - - - -$

উদাহরণ-2 ঃ প্রমাণ করুন ঃ $(1+x+x^2+ - - \infty)(1+2x+3x^2+ - - \infty)=\frac{1}{2}(1.2+2.3x+3.4x^2+ - - \infty)$

সমাধান ঃ বামপক্ষ $= (1+x+x^2+ - - - - \infty)\ (1+2x+3x^2+ - - - \infty)$

$= (1-x)^{-1} . (1-x)^{-2}$

$= (1-x)^{-3}$

$= 1+3x+6x^2+ - - - - - \infty$

$= \frac{1}{2}(1.2+2.3x+3.4x^2+ - - - - \infty)$

অনুশীলন করুন

1. $\left(\frac{1}{x^2}-x\right)^{18}$ এর বিস্তৃতিতে x বর্জিত পদ নির্ণয় করুন।
2. $(1+x)^{44}$ এর বিস্তৃতিতে 21 তম ও 22 তম পদ দুইটি পরস্পর সমান হইলে, x এর মান নির্ণয় করুন।
3. যদি $(1+x)^{12} = C_0+C_1x+ - - - + C_{12}x^{12}$ এবং $C_r = 2.C_{r+1}$ হয়, তবে r এর মান নির্ণয় করুন।
4. $(1+x+x^3)^9$ এর বিস্তৃতিতে x^5 এর সহগ নির্ণয় করুন।
5. $(1+x)^{50}$ এর বিস্তৃতিতে মধ্যপদ নির্ণয় করুন।
6. $(1-\frac{x}{6})^{1/2}$ কে পঞ্চম পদ পর্যন্ত বিস্তৃত করুন।

অনুশীলনী-৭.১

1. $(3x+2y)^{12}$ এর বিস্তৃতিতে ৪তম পদ নির্ণয় করুন।
2. $\left(3+\frac{x}{2}\right)^n$ এর বিস্তৃতিতে x^7 এবং x^8 এর সহগ পরস্পর সমান হলে, n এর মান নির্ণয় করুন।
3. $\left(x^2+\frac{1}{x}\right)^{16}$ এর মধ্যপদ নির্ণয় করুন।
4. $\frac{1+x}{1-x}$ এর বিস্তৃতিতে x^7 এর সহগ নির্ণয় করুন।
5. $\left(1-\frac{x}{8}\right)^{\frac{1}{2}}$ কে পঞ্চম পদ পর্যন্ত বিস্তার করুন।