অধ্যায় ৫

কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমান
(Measures of Central Tendency)

ভূমিকা

পূর্বের অধ্যায়সমূহে আমরা তথ্য উপস্থাপনের বিভিন্ন কৌশল যেমন– শ্রেণীবদ্ধকরণ, সারণীবদ্ধকরণ, গণসংখ্যা নিবেশন, বিভিন্ন প্রকার নকশা এবং লেখচিত্র সম্বন্ধে বিস্তারিত জেনেছি। এগুলো হল তথ্যসমূহ উপস্থাপনের প্রথম ধাপ। তথ্যসমূহ যথাযথ বিশ্লেষণের জন্য সংখ্যাগত বিশ্লেষণও জানা দরকার। সংখ্যাগত বিশ্লেষণ জানতে পারলে তথ্যসমূহকে একটি প্রতিনিধিত্বমূলক সংখ্যা দ্বারা প্রকাশ করা যায়। এ অধ্যায়ে আমরা কেন্দ্রীয় প্রবণতার বিভিন্ন পরিমাপ সম্পর্কে বিস্তারিত আলোচনা করব।

উদ্দেশ্য

এ অধ্যায় শেষে আপনি বলতে পারবেন-

- গড় (Mean)
- প্রচুরক (Mode)
- মধ্যমা (Medium)

পাঠ-৫.১ গড় ও তার পরিমাপ (Mean and its Measures)

ভূমিকা

এ পাঠে গড় ও তার পরিমাপ সম্পর্কে আলোচনা করা হল।

উদ্দেশ্য

এ পাঠ শেষে আপনি–

- গড়ের সংজ্ঞা বলতে পারবেন;
- গড়ের বিভিন্ন পরিমাপ সম্পর্কে ধারণা করতে পারবেন;
- গড়ের প্রকারভেদ সম্পর্কে বলতে পারবেন এবং তাদের পরিমাণ নির্ণয় করতে পারবেন।

গড় (Mean)

তথ্য সমূহকে যোগ করে তথ্য সংখ্যা দ্বারা ভাগ করলে যে ফল পাওয়া যায় তাহাই গড়।

গড় তিন প্রকারের হয়–

ক) গাণিতিক গড় (Arithmatic Mean)

খ) জ্যামিতিক গড় (Geometric Mean)

গ) তরঙ্গ গড় (Harmonic Mean)

গাণিতিক গড়

পাঠ্যপুস্তকে গণিতেই আপনারা গাণিতিক গড়ের সাথে পরিচিত হয়েছেন। প্রাপ্ত মানগুলোর যোগফল বা সমষ্টিকে তাদের সংখ্যা দ্বারা ভাগ করলে গাণিতিক গড় (বা সংক্ষেপে গড়) পাওয়া যাবে। প্রাপ্ত মানগুলোর যে একক (Unit) থাকে গড়ের এককও তাই হয়।

ধরা যাক, x চলকটির (অশ্রেণীকৃত) $X_1, X_2 .... x_n$ মান আছে। গাণিতিক গড়কে যদি $\bar{X}$দ্বারা সূচিত করা হয় তাহলে–

$\bar{X}$= **Error!**= $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} Xi$; i= ১, ২, ৩, ... n.

[Σ (সামেশন) চিহ্নটিকে যোগচিহ্ন বলে।]

উদাহরণ-১

নিচে ১০ জন ছাত্র-ছাত্রীর পরিসংখ্যান বিষয়ের প্রাপ্ত নম্বর দেয়া হল। গাণিতিক গড় নির্ণয় করুন।

ছাত্র-ছাত্রীদের প্রাপ্ত নম্বর (X) ঃ ৩০, ৩৬, ২৮, ৩৬, ৩৪, ৩২, ৩০, ৩০, ৩৮

সমাধান ঃ গাণিতিক গড়ের সংজ্ঞা অনুযায়ী

$$\bar{x} = \frac{30+36+26+28+36+34+32+30+30+38}{10}$$

$$= \frac{320}{10}$$

= ৩২

অতএব, গাণিতিক গড় হল ৩২

শ্রেণীগত তথ্যের ক্ষেত্রে বা গণসংখ্যা নিবেশনের ক্ষেত্রে গড় এর সূত্রটি নিম্নরূপঃ

$\bar{X}$= **Error!**

$$= \frac{SfiXi}{Sfi}$$, i - ১.২ .... n

$$= \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} fiXi \;;$$

এখানে $n = \Sigma fi$ অর্থাৎ মোট গণসংখ্যা

$\Sigma f_i X_i = f$ ও X এর গুণফলের সমষ্টি।

উদাহরণ-২

কোন পরীক্ষায় ৬০ জন ছাত্র-ছাত্রীর পরিসংখ্যান বিষয়ের প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন নিম্নে দেয়া হলো– গাণিতিক গড় নির্ণয় করুন।

নম্বরের শ্রেণী ব্যবধান	গণসংখ্যা
১০-২০	২
২০-৩০	৫
৩০-৪০	৯
৪০-৫০	১৯
৫০-৬০	১৫
৬০-৭০	৭
৭০-৮০	২
৮০-৯০	১

সমাধান

গাণিতিক গড় নির্ণয়ের সারণী

শ্রেণী ব্যবধান	মধ্যমান (X)	ছাত্র-ছাত্রী সংখ্যা (f)	fX

১০-২০	১৫	২	৩০
২০-৩০	২৫	৫	১২৫
৩০-৪০	৩৫	৯	৩২৫
৪০-৫০	৪৫	১৯	৮৫৫
৫০-৬০	৫৫	১৫	৮২৫
৬০-৭০	৬৫	৭	৪৫৫
৭০-৮০	৭৫	২	১৫০
৮০-৯০	৮৫	১	৮৫
		Σf = ৬০	$\Sigma f X$ = ২৮৪০

গাণিতিক গড় $\bar{X} = \frac{Sfi Xi}{Sfi} = \frac{2840}{60}$

= ৪৭.৩৩

নির্ণেয় গড় = ৪৭.৩৩

জ্যামিতিক গড় (Geometric Mean)

কোন চলকের n সংখ্যক অশূন্য ধনাত্মক মানগুলোর গুণফলের nতম মূল হচ্ছে ঐ মানগুলোর জ্যামিতিক গড়। ধরা যাক X চলকের (অশ্রেণীকৃত) n সংখ্যক মান $X_১$, $X_২$, ... X_n এদের সবাই ধনাত্মক এবং কোনটিই শূন্য নয়। এক্ষেত্রে জ্যামিতিক গড় হবে–

G.M = (X**Error!**× X**Error!**× .... × X_n) $^{১/n}$

উভয় পাশে লগ নিলে পাওয়া যায়।

Log. G.M. = ১/nLog (X**Error!**× X**Error!**× ------- × X_n)

= **Error!**

$= \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \text{Log}$ Xi,i = ১,২, -------- n)

$\therefore$ G.M = Anti Log $\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \text{Log Xi}\right)$

উদাহরণ-৩ ঃ

নিম্নলিখিত মানগুলোর জ্যামিতিক গড় নির্ণয় করুন।

X : ৩৫০ ১৭৫ ১৫৬ ১৩০ ৯৫ ৭২ ৬৫

সমাধান ঃ

X	৩৫০	১৭৫	১৫৬	১৩০	৯৫	৭২	৬৫
লগ X	২.৫৪৪১	২.২৪৩০	২.১৯৩১	২.১১৩৯	১.৯৭৭৭	১.৮৫৭৩	১.৮১১৯

$$\therefore \text{G.M.} = \text{Anti log} \frac{\text{SLogx}}{\text{n}}$$

$$= \text{Anti log} \frac{14.742}{7}$$

$$= \text{Anti log (২.১০৬)}$$

$$= \text{১২৭.৬৪৩}$$

$\therefore$ নির্ণেয় জ্যামিতিক গড় = ১২৭.৪৩

শ্রেণীকৃত চলকের ক্ষেত্রে

যদি n সংখ্যক মানকে k শ্রেণী বিশিষ্ট গণসংখ্যা নিবেশনে রূপান্তরিত করা যায় এবং Xi(i=১,২,.......k) iতম শ্রেণীর তথ্যমান হয় এবং f_i উক্ত শ্রেণীর গণসংখ্যা হয় তাহলে

$$\text{G.M.} = (x_১^{f_১} \times x_২^{f_২} \times .... \times x_k^{f_k})^{\frac{১}{n}}$$

উভয় পাশে লগ নিলে পাওয়া যায়।

$$\text{Log G.M} = \frac{1}{n}\text{Log } (x_১^{f_১} \times x_২^{f_২} \times .... \times x_k^{f_২})$$

= **Error!**

$$\text{Log G.M} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} fi \text{ log Xi)}$$

$$\text{G.M} = \text{Anti log } \frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{k} fi \text{ log Xi}\right)$$

উদাহরণ-৪

এই পাঠের উদাহরণ-২ এর উল্লেখিত ৬০ জন ছাত্রীর প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণী থেকে জ্যামিতিক গড় নির্ণয় করুন।

সমাধান

জামিতিক গড় নির্ণয়ের সারণী

শ্রেণী ব্যবধান	মধ্যমান Xi	গণসংখ্যা fi	Log Xi	fi log Xi

১০-২০	১৫	২	১.১৭৬১	২.৩৫২২
২০-৩০	২৫	৫	১.৩৯৭৯	৬.৯৮৯৫
৩০-৪০	৩৫	৯	১.৫৪৪১	১৩.৮৯৬৫
৪০-৫০	৪৫	১৯	১.৬৫৩২	৩১.৪১০৮
৫০-৬০	৫৫	১৫	১.৭৪০৪	২৬.১০৬০
৬০-৭০	৬৫	৭	১.৮১২৯	১২.৬৯০৩
৭০-৮০	৭৫	২	১.৮৭৫১	৩.৭৫০২
৮০-৯০	৮৫	১	১.৯২৯৪	১.৯২৯৪
		Σfi = ৬০		Σfi log Xi=৯৯.১২৫৩

জ্যামিতিক গড় G.M. $= \text{Anti log}\left(\frac{1}{n}\, S fi\text{Log Xi}\right)$

$= \text{Anti log}\left(\frac{99.1253}{60}\right)$

= Anti log (১.৬৫২০৮৮)

= ৪৪.৮৮৩

∴ নির্ণেয় জ্যামিতিক গড় = ৪৪.৮৮৩

তরঙ্গ গড় (Harmonic mean)

তথ্যমান সমূহের উল্টন সংখ্যা বা উল্টন মানগুলোর গাণিতিক গড়ের উল্টনকে তরঙ্গ গড় বলে।

যদি X১, **XError!**......... X_n একটি চলকের (অশ্রেণীকৃত) n সংখ্যক তথ্যমান হয় তাহলে $\frac{1}{X1}, \frac{1}{X2}......... \frac{1}{Xn}$ যথাক্রমে এদের উল্টন মান এবং উল্টন মানগুলোর গাণিতিক গড় হল

$$\frac{1}{n}\left[\frac{1}{X1} + \frac{1}{X2} .... + \frac{1}{Xn}\right]$$

সুতরাং তরঙ্গ গড়

$$H.M = \frac{1}{\frac{1}{n}\left[\frac{1}{X1} + \frac{1}{X2} .... + \frac{1}{Xn}\right]}$$

$$= \frac{n}{\frac{1}{X1}, \frac{1}{X2} .... \frac{1}{Xn}}$$

$$\therefore H.M = \frac{n}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{Xi}}$$

উদাহরণ-৫

এই পাঠের উদাহরণ-১ এ বর্ণিত ১০ জন ছাত্র-ছাত্রীর পরিসংখ্যান বিষয়ের প্রাপ্ত নম্বরের তরঙ্গ গড় বের করুন।

সমধান ঃ

সংজ্ঞানুযায়ী তরঙ্গ গড়

$$H.M = \frac{10}{\frac{1}{30}+\frac{1}{36}+\frac{1}{26}+\frac{1}{28}+\frac{1}{36}+\frac{1}{32}+\frac{1}{30}+\frac{1}{30}+\frac{1}{32}}$$

$$= \frac{10}{.3167}$$

= ৩১.৫৭৪

$\therefore$ নির্ণেয় তরঙ্গ গড় = ৩১.৫৭৭৪

শ্রেণীকৃত গণসংখ্যা নিবেশনের ক্ষেত্রে অর্থাৎ n সংখ্যক মানকে যদি k শ্রেণী বিশিষ্ট গণসংখ্যা নিবেশনে রূপান্তরিত করা যায় এবং Xi(i =১,২ .... k), i তম শ্রেণীর তথ্যমান হয় এবং fi উক্ত শ্রেণীর গণসংখ্যা হয় তবে তরঙ্গ গড়

$$H.M = \frac{n}{\frac{f1}{X1}+\frac{f2}{X2}+\text{..........}+\frac{fk}{Xk}}$$

$$= \frac{n}{\sum_{i=1}^{k}\frac{fi}{Xi}}$$

উদাহরণ-৬

এই পাঠের উদাহরণ-২ এর বর্ণিত ৬০ জন ছাত্র-ছাত্রী প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণী থেকে তরঙ্গ গড় বের করুন।

সমাধান ঃ

তরঙ্গ গড় নির্ণয়ের সারণী

শ্রেণী ব্যবধান	মধ্যমান Xi	গণসংখ্যা fi	$\frac{fi}{Xi}$
১০-২০	১৫	২	০.১৩৩৩৩
২০-৩০	২৫	৫	০.২০০০০

৩০-৪০	৩৫	৯	০.২৫৭১৪
৪০-৫০	৪৫	১৯	০.৪২২২২
৫০-৬০	৫৫	১৫	০.২৭২৭২
৬০-৭০	৬৫	৭	০.১০৭৬৯
৭০-৮০	৭৫	২	০.০২৬৬৬
৮০-৯০	৮৫	১	০.০১১৭৬
		$n = S fi$ = ৬০	$\sum \frac{fi}{Xi}$ = ১.৪৩১৫৫

$\therefore$ H.M = $\frac{60}{1.43155}$ = ৪১.৯১৩

$\therefore$ নির্ণেয় তরঙ্গ গড় = ৪১.৯১৩

নিজে করুন (Activity): নওয়াপাড়া শঙ্করপাশা উচ্চ বিদ্যালয়ে ৯০ জন ছাত্র/ছাত্রী গনিতের প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশনের সারণী নিতে দেওয়া হল:

ছাত্র/ছাত্রী	৩০-৪০	৪০-৫০	৫০-৬০	৬০-৭০	৭০-৮০	৮০-৯০	৯০-১০০
গণসংখ্যা	৫	৫	১০	৪০	১৫	১০	৫

নির্ণয় করুন: ১। গাণিতিক গড় ২। তরঙ্গ গড় ও ৩। জ্যামিতিক গড়।

সারসংক্ষেপ ঃ

তথ্যমান গুলোর যোগফল বা সমষ্টিকে তথ্যসংখ্যা দ্বারা ভাগ করলে গাণিতিক গড় পাওয়া যাবে। প্রাপ্ত মান গুলোর এককই গাণিতিক গড়ের একক।

পাঠোত্তর মূল্যায়ন ৫.১

নৈর্বেক্তিক প্রশ্ন:

সঠিক উত্তরের পাশে টিক (√) চিহ্ন দিন।

১। গড় কত প্রকার?

(ক) ১ (খ) ৩

(গ) ৫ (ঘ) ৪

২। কোনটি গাণিতিক গড়ের সূত্র?

(ক) $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} Xi$ (খ) $\bar{x} = \frac{\sum_{i=১}^{n} x_i}{N}$

(গ) $\frac{1}{n} S \log Xi$ (ঘ) $\sum \sqrt[n]{x_i^{২}}$

৩। নিচের কোনটির ক্ষেত্রে জ্যামিতিক গড় নির্ণয় করা যায় না?

(ক) কোন একটি তথ্যমান শূন্য হলে

(খ) কোন একটি তথ্যমান যোগবোধক হলে

(গ) কোন একটি তথ্যমান সসীম হলে

(ঘ) কোন বোধক সসীম হলে

সত্য/মিথ্যা নির্নয় ঃ

৪। Σ চিহ্নটিকে যোগ চিহ্ন বলে।

৫। তথ্যমান শুন্য থাকলেও জ্যামিতিক গড় নির্নয় করা যায়।

শূন্যস্থান পূরণ ঃ

৬। গাণিতিক গড়, $\bar{X}$= ---------------------- ।

৭। তরঙ্গ গড়, H.M. = ------------------- ।

বাক্য মিলানো ঃ

৮।	কোন চলকের n সংখ্যক অশুন্য মানগুলোর গুণফলের nতম মূল হচ্ছে	ক) উল্টন ফলকে তরঙ্গ গড় বলে।
৯।	তথ্য মান সমূহের উল্টন সংখ্যার গাণিতিক গড়ের	খ) ঐ মান গুলোর জ্যামিতিক গড়।

পাঠ ৫.২ প্রচুরক ও তার পরিমাপ নির্ণয় (Mode and its measures)

ভূমিকা

এ পাঠে প্রচুরক ও তার পরিমাপ সম্পর্কে আলোচনা করা হল।

উদ্দেশ্য

এই পাঠ শেষে আপনি–

- প্রচুরক কি তা বলতে পারবেন;
- শ্রেণীকৃত ও অশ্রেণীকৃত তথ্যমালা থেকে কিভাবে প্রচুরক নির্ণয় করতে হয় তা বলতে পারবেন;
- কোন গণসংখ্যা নিবেশন থেকে কিভাবে লেখচিত্রের মাধ্যমে প্রচুরক নির্ণয় করতে হয় তা বলতে পারবেন।

প্রচুরক (Mode)

বিচ্ছিন্ন বা অশ্রেণীকৃত চলকের ক্ষেত্রে যে মানটি অধিক সংখ্যকবার প্রতীয়মান হয় তাকে ঐ চলকের প্রচুরক বলে। ধরা যাক, কোন গ্রামের কয়েকটি পরিবারের সন্তানের সংখ্যা জরীপ করে নিম্নরূপ পাওয়া গেল–

সন্তানের সংখ্যা	পরিবারের সংখ্যা
০	৫
১	১১
২	২৩
৩	৩২
৪	১৭
৫	৮
৬	৩

উপরের তথ্যে দেখা যাচ্ছে যে, ৩টি সন্তানের সংখ্যা সবচেয়ে বেশি পরিবারে। অতএব পরিবারের সন্তানের মডেল সাইজ হচ্ছে ৩।

কোন অবিন্যস্ত তথ্যমান সমূহকে মানের অনুসারে সাজিয়ে সবচেয়ে বেশি বার প্রতীয়মান হয়েছে এমন সংখ্যা খুঁজে বের করে প্রচুরক নির্ণয় করতে হয়।

উদাহরণ-১

দশ জন ছাত্রের কোন বিষয়ের উপর প্রাপ্ত টিউটোরিয়াল নম্বর নিচে দেওয়া হয়। প্রচুরক নির্ণয় করুন।

৭, ৯, ১১, ৮, ১২, ১৪, ১২, ১৩, ১২, ১০

সমাধান ঃ তথ্যমানসমূহকে সাজালে নিম্নরূপ হয়–

৭, ৮, ৯, ১০, ১১, ১২, ১২, ১২, ১৩, ১৪

এখানে দেখা যাচ্ছে যে, **১২** নম্বরটি বেশি বার প্রতীয়মান হচ্ছে। অতএব, এখানে প্রচুরক হচ্ছে **১২**।

শ্রেণীকৃত তথ্য থেকে বা অবিচ্ছিন্ন গণসংখ্যা নিবেশনে প্রচুরক নির্ণয় ঃ

শ্রেণীকৃত বা অবিচ্ছিন্ন গণসংখ্যা নিবেশনের জন্য প্রচুরকের উপরোক্ত সংজ্ঞাটি সঠিক নয়। এক্ষেত্রে গণসংখ্যা নিবেশনের প্রচুরক শ্রেণী প্রথমে নির্বাচিত করতে হয়। গণসংখ্যা নিবেশনে যে শ্রেণীতে সবচেয়ে বেশি গণসংখ্যা থাকে ঐ শ্রেণীকে প্রচুরক শ্রেণী বলে। প্রচুরকের মান নিম্নলিখিত সূত্রের মাধ্যমে নির্ণয় করা হয়।

$$Mo = L + \frac{D1}{D1 + D2} \times C$$

এখানে

L = প্রচুরক শ্রেণীর নিম্নসীমা।

D১ = প্রচুরক শ্রেণী এবং প্রচুরকের পূর্ববর্তী শ্রেণীর গণসংখ্যার মধ্যে পার্থক্য।

D২ = প্রচুরক শ্রেণী এবং প্রচুরক শ্রেণীর পরবর্তী শ্রেণীর গণসংখ্যার মধ্যে পার্থক্য।

C = প্রচুরক শ্রেণীর ব্যবধান।

উদাহরণ-২

গাড়াগঞ্জ মাধ্যমিক বিদ্যালয়ের ৫০ জন ছাত্রের ওজনের গণসংখ্যা নিবেশন নিচে দেয়া হল। প্রচুরক নির্ণয় করুন।

ওজন (পাউন্ডে)	ছাত্রের সংখ্যা
৯৫-১০০	২
১০০-১০৫	১০
১০৫-১১০	১৭
১১০-১১৫	১২
১১৫-১২০	৬
১২০-১২৫	৩

সমাধান ঃ

এখানে দেখা যাচ্ছে ১০৫ থেকে ১১০ পাউন্ড ওজনের মধ্যে ছাত্রসংখ্যা অধিক অর্থাৎ ১৭ জন। সুতরাং প্রচুরক শ্রেণী হল ১০৫-১১০।

সূত্রানুযায়ী

প্রচুরক $Mo = L + \frac{D1}{D1 + D2} \times C$

এখানে

L = ১০৫

D১ = ১৭-১০=৭

D২ = ১৭ - ১২ = ৫

C = ১১০-১০৫ = ৫

$$\therefore Mo = ১০৫ + \frac{7}{7+5} \times ৫$$

$$= ১০৫ + ২.৯১৭$$

$$= ১০৭.৯১৭$$

$\therefore$ নির্ণেয় প্রচুরক = ১০৭.৯১৭

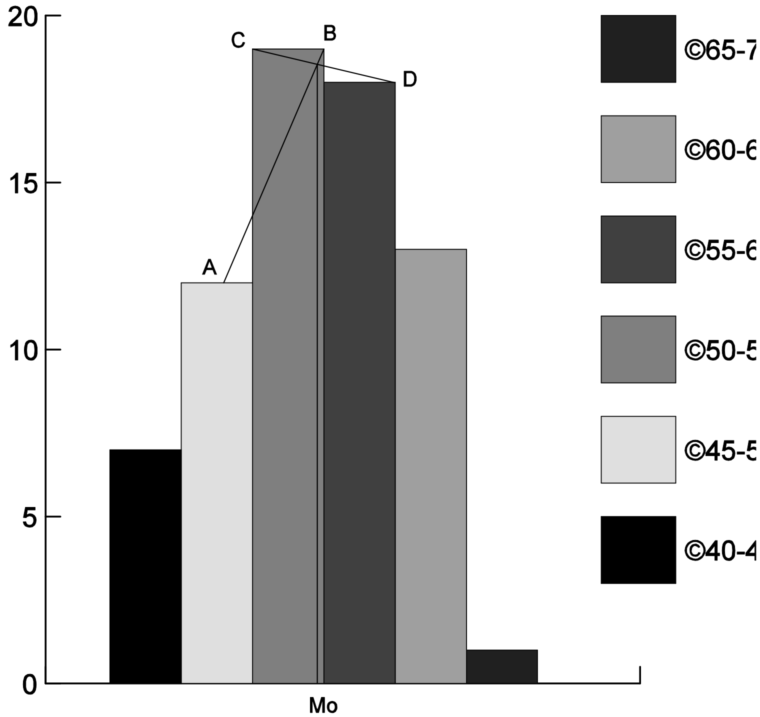
লেখচিত্রের সাহায্যে প্রচুরক নির্ণয় ঃ

লেখচিত্রের মাধ্যমে নিম্ন উপায়ে প্রচুরক নির্ণয় করা যায়।

(ক) প্রথমে গণসংখ্যা নিবেশনের একটি আয়তলেখ তৈরি করতে হবে। এখানে X অক্ষের দিকে শ্রেণীর মান এবং Y অক্ষের দিকে গণসংখ্যার মান দেখাতে হবে।

(খ) আয়তলেখের সর্বোচ্চ আয়তক্ষেত্রটি নির্বাচিত করতে হবে এবং এটিই হচ্ছে সর্বাধিক গণসংখ্যার প্রতীক এবং এখানেই প্রচুরক অবস্থান করবে।

(গ) সর্বোচ্চ আয়তলেখ অর্থাৎ প্রচুরক শ্রেণী আয়তলেখের বাম পাশের এবং ডান পাশের আরও দুটি আয়তলেখ বিবেচনা করতেহবে।



চিত্র-৫.১: প্রচুরক

(ঘ) উপরের চিত্রে প্রদর্শিত উপায়ে প্রচুরক শ্রেণীর নিম্নসীমায় অবস্থিত বামপাশের আয়তক্ষেত্রের উচ্চতর বিন্দু A এর সহিত প্রচুরক শ্রেণীর উচ্চসীমায় অবস্থিত আয়তক্ষেত্রের উচ্চতম বিন্দু B একটি সরলরেখা AB দ্বারা যোগ করতে হবে। আবার প্রচুরক শ্রেণীর নিম্নসীমায় অবস্থিত আয়তক্ষেত্রের উচ্চতম বিন্দু C এর সহিত প্রচুরক শ্রেণীর উচ্চসীমায় অবস্থিত ডান পাশের আয়তক্ষেত্রের উচ্চতম বিন্দু D একটি সরলরেখা CD দ্বারা যোগ করতে হবে। AB এবং CD রেখা M বিন্দুতে ছেদ করবে।

(ঙ) M থেকে X অক্ষ বরাবর লম্ব টানলে X রেখায় Mo বিন্দুতে মিলিত হবে। এই Mo বিন্দুতে X এর মানই হবে প্রচুরক।

নিজে করুন (Activity): কোন পরীক্ষায় ৬০ জন ছাত্র-ছাত্রীর পরিসংখ্যান বিষয়ের প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন নিম্নে দেয়া হলো– (ক) প্রচুরক নির্ণয় করুন, (খ) গ্রাফের সাহায্যে প্রচুরক নির্ণয় করুন।

নম্বরের শ্রেণী ব্যবধান	গণসংখ্যা
১০-২০	২
২০-৩০	৫
৩০-৪০	৯
৪০-৫০	১৯
৫০-৬০	১২
৬০-৭০	৭
৭০-৮০	২
৮০-৯০	১

সারসংক্ষেপ ঃ

বিচ্ছিন্ন বা অশ্রেনীকৃত চলকের ক্ষেত্রে যে মানকে অধীকসংখ্যকবার প্রতিয়মান হয় তাকে ঐ চলকের প্রচুরক বলে।

পাঠোত্তর মূল্যায়ন ঃ ৫.২

সঠিক উত্তরের পাশে টিক (|) চিহ্ন দিন।

১। কোন চলকের প্রচুরক কাকে বলে?

(ক) যে মানটি অধিক সংখ্যক বার প্রতীয়মান হয়

(খ) যে মানটি কম সংখ্যক বার প্রতীয়মান হয়

(গ) সর্বোচ্চ মানটি

(ঘ) সর্বনিম্ন মানটি।

২। গণসংখ্যা নিবেশন থেকে প্রচুরক নির্ণয়ের সূত্র কোনটি?

(ক) $Mo = L + \frac{D1}{D1 + D2}$

(খ) $Mo = L + \frac{D1}{D1 + D2} \times C$

(গ) $Mo = L + \frac{D1}{D1 - D2} \times C$

(ঘ) $M_0 = L + D১$।

৩। কোন লেখচিত্রের সাহায্যে প্রচুরক নির্ণয় করা হয়?

(ক) অভিজ রেখা

(খ) আয়তলেখ

(গ) স্তম্ভ চিত্র

(ঘ) পাই চিত্র।

সত্য/মিথ্যা নির্নয় ঃ

৪. গণসংখ্যা নিবেশনের যে শ্রেনীতে সবচেয়ে বেশী গণসংখ্যা থাকে ঐ শ্রেনীকে প্রচুরক শ্রেনী বলে।

শুন্যস্থান পূরণ ঃ

৫। প্রচুরক, M_0= --------------------- ।

বাক্য মিলানো ঃ

৬। প্রচুরক বের করতে আয়তলেখের সর্বোচ্চ	ক) বাম বা ডান পার্শ্বের আরও দুটি আয়তলেখ নিতে হবে প্রচুরক নির্নয়ে
৭। সর্বোচ্চ আয়তলেখের	খ) আয়তক্ষেত্রটি নির্বাচিত করতে হবে।

পাঠ- ৫.৩ মধ্যমা এবং মধ্যমার পরিমাপ (Median and its Measures)

ভূমিকা

এ পাঠে মধ্যমা ও মধ্যমার পরিমাপ সম্পর্কে আলোচনা করা হল।

উদ্দেশ্য

এই পাঠ শেষে আপনি–

- মধ্যমা কি বলতে পারবেন
- অশ্রেণীকৃত চলক বা তথ্য থেকে মধ্যমা নির্ণয় করতে পারবেন;
- শ্রেণীকৃত তথ্যসমূহ থেকে মধ্যমা নির্ণয় করতে পারবেন;
- লেখচিত্রের মাধ্যমে তথ্যসমূহ থেকে মধ্যমা নির্ণয় করতে পারবেন।

মধ্যমা (Median)

মধ্যমা কেন্দ্রীয় প্রবণতার একটি পরিমাপক। যদি কোন চলকের মানসমূহকে উর্ধ্বক্রম কিংবা নিম্নক্রমে সাজানো হয় তাহলে মাঝখানে যে মানটি অবস্থান করে সেটাই মধ্যমা। কোন তথ্যসারিতে যদি বিজোড় সংখ্যক মান থাকে সেক্ষেত্রে মধ্যমা চিহ্নিত করা খুব সহজ। অর্থাৎ মানের সংখ্যা যদি n হয় এবং n একটি বিজোড় সংখ্যা হয় সেক্ষেত্রে মানসমূহ উর্ধ্বক্রম কিংবা নিম্নক্রম অনুসারে সাজালে $\frac{n+1}{2}$ তম মানটিই হচ্ছে মধ্যমা।

আবার n যদি জোড় সংখ্যা হয় তবে মধ্যমা হবে, তথ্যমানসমূহকে ক্রমানুসারে সাজানোর পর $\frac{n}{2}$ এবং $\frac{n+2}{2}$ তম মানের গাণিতিক গড়ের সমান।

নিচের উদাহরণের মাধ্যমে মধ্যমা নির্ণয় বুঝানো হল।

উদাহরণ-১

কোন কারখানার ৭ জন শ্রমিকের প্রতি ঘণ্টা শ্রমের মজুরী নিম্নে দেয়া হয়। মধ্যমা নির্ণয় করুন।

১২, ১০, ১৫, ১৪, ১৭, ২০, ১৯

সমাধান ঃ তথ্যসমূহকে উর্ধ্বক্রম অনুসারে সাজালে হয়–

১০, ১২, ১৪, ১৫, ১৭, ১৯, ২০

এখানে দেখা যাচ্ছে যে, তথ্যসারির মধ্যমা হচ্ছে $\frac{7+1}{2}$ = ৪তম সংখ্যা অর্থাৎ **১৫**।

আবার যদি ৮ জন শ্রমিকের প্রতি ঘন্টা শ্রমের মজুরী নিম্নরূপ হয় তবে মধ্যমা কেমন হবে? **১২, ১০, ১৫, ১৪, ১৭, ১৯, ২০, ১৩**

এখানে মধ্যমা হচ্ছে $\frac{8}{2}$= ৪তম এবং $\frac{8+2}{2}$ =৫তম সংখ্যা।

অর্থাৎ **১৪** এবং **১৫** এর গাণিতিক গড়।

সুতরাং মধ্যমা $= \frac{14+15}{2}$

$= \frac{29}{2}$

= **১৪.৫**

শ্রেণীকৃত তথ্যসমূহ বা শ্রেণীকৃত গণসংখ্যা নিবেশন থেকে মধ্যমা নির্ণয়ঃ

ধরা যাক, n সংখ্যক মানকে k শ্রেণী বিশিষ্ট গণসংখ্যা নিবেশনে রূপান্তরিত করা যায় এবং X_i(i = ১, ২ ......k)i তম শ্রেণীর মধ্যমান হয় এবং f_i উক্ত শ্রেণীর গণসংখ্যা।

এখন কোন গণসংখ্যা নিবেশন থেকে মধ্যমা নির্ণয় করতে হলে কোন শ্রেণীতে মধ্যমা অবস্থান করছে নির্ণয় করতে হবে। মোট গণসংখ্যা যদি $\sum_{i=1}^{k} f_i = n$ হয় তবে n/২ এর চেয়ে বড় ক্রমযোজিত গণসংখ্যা এর শ্রেণীই হচ্ছে মধ্যমা শ্রেণী।

এক্ষেত্রে মধ্যমা নিরূপণের জন্য নিম্নলিখিত সূত্রটি ব্যবহার করা হয়।

মধ্যমা $M = L_m + \frac{\frac{n}{2} - F_c}{f_m} \times C$

যেখানে L_m = মধ্যমা শ্রেণীর নিম্নসীমা।

C = শ্রেণী ব্যবধান

n = মোট গণসংখ্যা

f_m = মধ্যমা শ্রেণীর গণসংখ্যা

F_c = মধ্যমা শ্রেণীর পূর্ববর্তী শ্রেণীর ক্রমযোজিত গণসংখ্যা।

নিচে একটি উদাহরণের সাহায্যে মধ্যমা নিরূপণ দেখানো হল।

উদাহরণ-২ ঃ জাহাঙ্গীরনগর বিশ্ববিদ্যালয়ে ৭০ জন ছাত্রের পরিসংখ্যান বিষয়ের পরীক্ষায় প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন নিচে দেয়া হল।

ছাত্রদের প্রাপ্ত নম্বরের মধ্যমা নির্ণয় করুন।

নম্বরের শ্রেণী	ছাত্র সংখ্যা f
০-১০	১
১০-২০	৩
২০-৩০	৫
৩০-৪০	৯
৪০-৫০	১৩
৫০-৬০	১৭
৬০-৭০	৯
৭০-৮০	৭
৮০-৯০	৪
৯০-১০০	২

সমাধান: ৭০ জন ছাত্রের ক্রমোযোজিত বিন্যাস নিম্নে দেওয়া হল

নম্বরের শ্রেণী	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
০-১০	১	১
১০-২০	৩	৪
২০-৩০	৫	৯

৩০-৪০	৯	১৮
৪০-৫০	১৩	৩১ = Fc
৫০-৬০	১৭ = fm	৪৮
৬০-৭০	৯	৫৭
৭০-৮০	৭	৬৪
৮০-৯০	৪	৬৮
৯০-১০০	২	৭০
	n = ৭০	

এখানে $\frac{n}{2} = \frac{70}{2}$ = ৩৫, যার চেয়ে বড় ক্রমযোজিত সংখ্যা হল ৪৮।

সুতরাং মধ্যমা ৫০-৬০ শ্রেণীর মধ্যে অবস্থান করে।

অতএব, সূত্রানুসারে মধ্যমা

$$M = Lm + \frac{\frac{n}{2} - Fc}{fm} \times C$$

এখানে Lm = ৫০

fm = ১৭

Fc = ৩১

C = ১০

$$\therefore M = ৫০ + \frac{\frac{70}{2} - 31}{17} \times ১০$$

$$= ৫০ + \frac{35 - 31}{17} \times ১০$$

= ৫০ + ২.৩৫৩

= ৫২.৩৫৩

∴ নির্ণেয় মধ্যমা = ৫২.৩৫৩

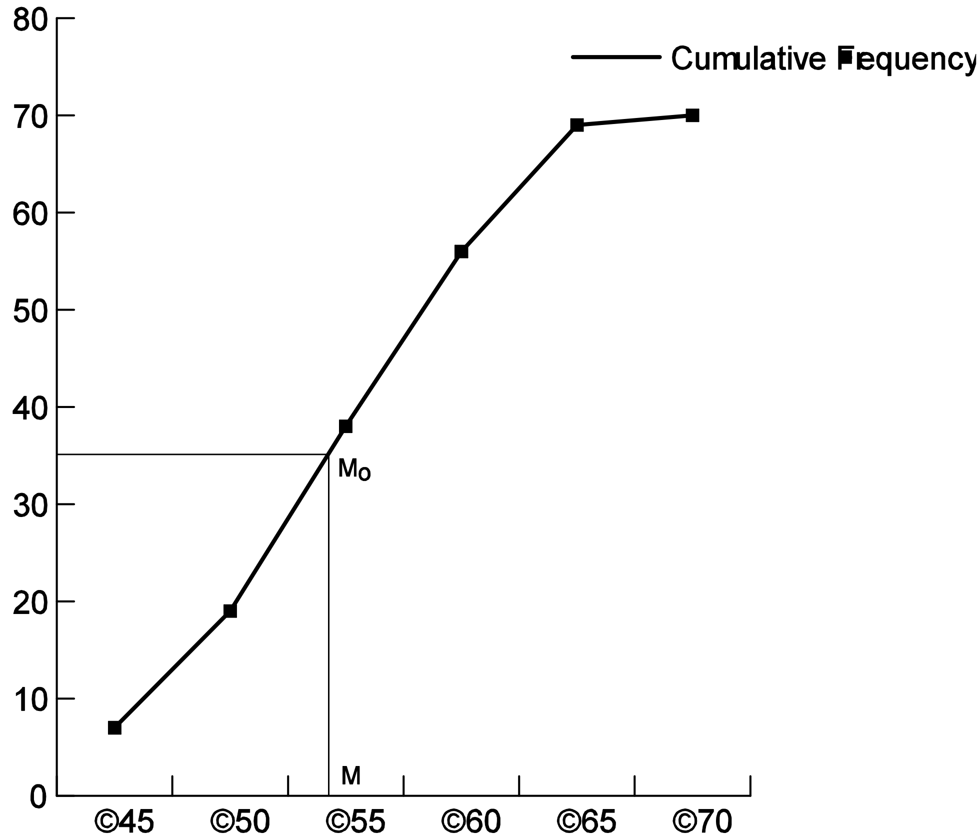
লেখচিত্রের মাধ্যমে মধ্যমা নির্ণয় ঃ

লেখচিত্রের মাধ্যমে কোন গণসংখ্যা নিবেশন থেকে মধ্যমা নির্ণয় করা যায়। গণসংখ্যা নিবেশন থেকে অজিভ রেখা অংকন করে সেখান থেকে মধ্যমা নির্ণয় করা যায়। আপনারা পাঠ-৪.৩-এ কিভাবে অজিভ রেখা বা যোজিত গণসংখ্যা রেখা অংকন করতে হয় জেনেছেন। অজিভ রেখার মাধ্যমে মধ্যমা নির্ণয় করতে হলে নিম্নলিখিত পদক্ষেপ নিতে হবে–

(ক) অজিভ রেখার X অক্ষে থাকে চলকের শ্রেণীসীমা এবং Y অক্ষে থাকে যোজিত গণসংখ্যা। কোন গণসংখ্যা নিবেশনের মোট গণসংখ্যা n হলে n/২ এর অবস্থান প্রথমে Y অক্ষে চিহ্নিত করুন।

(খ) Y অক্ষের n/২ বিন্দু থেকে X অক্ষ এর সমান্তরাল একটি রেখা অংকন করুন এবং এই রেখা অজিভ রেখার একটি বিন্দুতে Mo (চিত্রে) ছেদ করবে।

(গ) অজিভ রেখার ছেদ বিন্দু (Mo) থেকে X অক্ষ রেখার উপর একটি লম্ব অংকন করুন যা চিত্র অনুযায়ী X অক্ষকে M বিন্দুতে ছেদ করবে। এই ছেদ বিন্দুর মানই হবে মধ্যমা।



চিত্র-৫.২: মধ্যমা

নিজে করুন (Activity): ৫০ জন ছাত্র-ছাত্রীর পরিসংখ্যান বিষয়ের প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা বিন্যাস নিম্নে দেওয়া হল। লেখচিত্রের মাধ্যমে ছাত্রদের প্রাপ্ত নম্বরের মধ্যমা নির্ণয় করুন।

শ্রেণী	৩০-৩৫	৩৫-৪০	৪০-৪৫	৪৫-৫০	৫০-৫৫	৫৫-৬০	৬০-৬৫
গনসংখ্যা	২	৬	১২	১৫	১০	৪	১

সারসংক্ষেপ ঃ

মধ্যমা কেন্দ্রীয় প্রবনতার একটি পরিমাপক, লেখ চিত্রের মাধ্যমেও মধ্যমা নির্নয় করা যায়।

পাঠোত্তর মূল্যায়ন ঃ ৫.৩

সঠিক উত্তরের পাশে টিক (√) চিহ্ন দিন।

১। চলকের মানসমূহকে ক্রমানুসারে সাজালে মধ্যমা কোন মানটি?

(ক) মাঝখানের মান (খ) প্রথম দিকের মান

(গ) শেষের দিকের মান (ঘ) কোনটিই নয়।

২। জোড় সংখ্যার ক্ষেত্রে তথ্যমান ক্রমানুসারে সাজালে মধ্যমা কোনটি?

(ক) $\frac{n}{2}$তম মানটি (খ) $\frac{n+1}{2}$ তম মানটি।

(গ) $\frac{n}{2}$এবং $\frac{n+1}{2}$ তম মানের গাণিতিক গড়।

(ঘ) কোনটিই নয়।

৩। মধ্যমা কোন লেখচিত্রের সাহায্যে নির্ণয় করা হয়?

(ক) আয়তলেখ (খ) অজিভ রেখা

(গ) স্তম্ভ চিত্র (ঘ) পাই নকশা।

সত্য/মিথ্যা নির্নয় ঃ

৪। আয়তলেখের মাধ্যমে মধ্যমা নির্নয় করা যায় না।

শুন্যস্থান নির্নয় ঃ

৫। n সংখ্যা হলে মধ্যমা = $\frac{n+1}{2}$

বাক্য মিলানো ঃ

৬। n জোড় সংখ্যা হলে মধ্যমা =	ক) $L_m + \frac{\frac{n}{2} - Fc}{fm} \times c$
৭। শ্রেনীকৃত তথ্য হতে মধ্যমা নির্নয় জন্য ব্যবহৃত সুত্রটি	খ) $\frac{n}{2}$ও $\frac{n+2}{2}$ তম মানের গাণিতিক গড়ের সমান

পাঠ-৫.৪ বিভিন্ন প্রকার কেন্দ্রীয় প্রবণতা পরিমাপের সুবিধা এবং অসুবিধা (Merits and Demerits of Measures of Central Tendency)

ভূমিকা

বিভিন্ন প্রকার কেন্দ্রিয় প্রবণতার পরিমাপের সুবিধা ও অসুবিধাগুলি আলোচনা করা হল।

উদ্দেশ্য

এ পাঠ শেষে আপনি–

- গড়ের সুবিধা এবং অসুবিধাসমূহ জানতে পারবেন;
- প্রচুরকের সুবিধা এবং অসুবিধা সম্পর্কে জানতে পারবেন;
- মধ্যমা-এর সুবিধা এবং অসুবিধা সম্পর্কে ধারণা করতে পারবেন।

গড়ের সুবিধা এবং অসুবিধা

পূর্বেই আলোচনা করা হয়েছে গড় তিন প্রকার যথা–(১) গাণিতিক গড় (২) জ্যামিতিক গড় এবং (৩) তরঙ্গ গড়। এখানে প্রত্যেকটির সুবিধা এবং অসুবিধা সম্পর্কে আলোচনা করা হবে।

১। গাণিতিক গড়ের সুবিধা এবং অসুবিধা ঃ

সুবিধা ঃ

(ক) আমাদের দৈনন্দিন জীবনে কোন দ্রব্যের গড় ক্রয়মূল্য, মাসিক গড় আয়, শিল্প পণ্যের গড় চাহিদা ইত্যাদির ক্ষেত্রে গাণিতিক গড় ব্যবহৃত হয় কারণ এটা সহজে হিসাব করা যায়।

(খ) তথ্যসমূহের প্রত্যেকটির প্রকৃত মান দেয়া না থাকলে এবং কেবলমাত্র এর সমষ্টি এবং সংখ্যা জানা থাকলেই গাণিতিক গড় নির্ণয় করা যায়।

(গ) নমুনার তারতম্য হলেও গাণিতিক গড় কম প্রভাবিত হয়।

অসুবিধা ঃ

(ক) গাণিতিক গড় প্রান্তিক বা চরম মানসমূহ দ্বারা যথেষ্ট প্রভাবিত হয়।

(খ) গাণিতিক গড় চোখে দেখে কিংবা লেখচিত্রের সাহায্যে নির্ণয় করা যায় না।

২। জ্যামিতিক গড়ের সুবিধা ও অসুবিধা

সুবিধা ঃ

(ক) জ্যামিতিক গড়ের সংজ্ঞা যথেষ্ট স্পষ্ট।

(খ) যখন তথ্যসমূহ কোন কিছুর হার, অনুপাত বুঝায় সেক্ষেত্রে জ্যামিতিক গড় সহজবোধ্যভাবে ব্যবহার করা যায়।

(গ) জ্যামিতিক গড় গাণিতিক গড়ের মত প্রান্তিক বা চরম মানসমূহ দ্বারা প্রভাবিত হয়।

(ঘ) সূচক সংখ্যা তৈরিতে জ্যামিতিক গড় পরিমাপক হিসেবে ব্যবহৃত হয়।

অসুবিধা ঃ

(ক) জ্যামিতিক গড়ের সূত্র সহজে বুঝা কঠিন। গণিতের বিশেষ জ্ঞান না থাকলে এটা নির্ণয় করা কঠিন।

(খ) তথ্যমানের কোন একটি মান শূন্য হলে জ্যামিতিক গড় নির্ণয় করা যায় না।

(গ) তথ্যমানের কোন একটি মান ঋণাত্মক হলে জ্যামিতিক গড় নির্ণয় করা যায় না।

৩। তরঙ্গ গড়ের সুবিধা ও অসুবিধা

সুবিধা ঃ

(ক) বিভিন্ন সময়ের বিভিন্ন গতিবেগ সম্পন্ন বাস, রেলগাড়ী, উড়োজাহাজ ইত্যাদির গড় গতিবেগ নির্ণয়ের জন্য তরঙ্গ গড় ব্যবহৃত হয়।

(খ) তরঙ্গ গড়ের সূত্র সহজভাবে বুঝা যায়।

(গ) তরঙ্গ গড় সকল তথ্যমানের উপর ভিত্তি করে নির্ণয় করা হয়।

(ঘ) তথ্যমানসমূহের মধ্যে কোন মান যদি খুব ছোট অথবা খুব বড় হয় তবে এর দ্বারা তরঙ্গ গড় প্রভাবিত হয় না।

অসুবিধা ঃ

(ক) তরঙ্গ গড়ের সূত্র একটু এলোমেলো হয় এবং বুঝতে অসুবিধা হয়।

(খ) গণসংখ্যা নিবেশনে কোন শ্রেণীর প্রান্ত খোলা হলে তরঙ্গ গড় নির্ণয় করা কঠিন।

৪। প্রচুরকের সুবিধা ও অসুবিধা

সুবিধা ঃ

(ক) তথ্যমানসমূহের যে মানটি বেশি বার সংগঠিত হয় সেটাই প্রচুরক। অর্থাৎ প্রচুরক নির্ণয় করা খুবই সহজ।

(খ) লেখচিত্রের সাহায্যে অত্যন্ত সহজভাবে প্রচুরক নির্ণয় করা যায়।

(গ) কোন গণসংখ্যা নিবেশনের কোন শ্রেণীর সীমা বা প্রান্ত খোলা থাকলে প্রচুরক নির্ণয় করা যায়।

(ঘ) ব্যবসা-বাণিজ্যের ক্ষেত্রে প্রচুরক বেশি ব্যবহৃত হয়। যেমন− কোন দোকানে কোন দ্রব্যটি বা কোন গুণাবলী সম্পন্ন দ্রব্যটি বেশি বিক্রিত হয় তা প্রচুরকের মাধ্যমে জানা যায়।

অসুবিধা ঃ

(ক) তথ্যমানসমূহে সর্বাধিক সংঘটিত মানের সংখ্যা দুই বা তার অধিক হলে প্রচুরক নির্ধারণ করা কঠিন।

(খ) কোন গণসংখ্যা নিবেশনে প্রচুরক শ্রেণী যদি একেবারে প্রথম অথবা একেবারে শেষের দিকে হয় সেক্ষেত্রে প্রচুরক নির্ণয় করা যায় না।

মধ্যমার সুবিধা ও অসুবিধা

সুবিধা ঃ

(ক) মধ্যমা খুব সহজভাবে নির্ণয় করা যায় কারণ এটি একটি অবস্থান ভিত্তিক কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপক।

(খ) মধ্যমা লেখচিত্রের মাধ্যমে সহজে নির্ণয় করা যায়।

(গ) মধ্যমার অবস্থান যেহেতু ক্রমানুসারে সাজানো তথ্যমানসমূহের মাঝখানে সেহেতু অনেকটা চোখে দেখেই মধ্যমা নির্ণয় করা যায়।

(ঘ) সীমাবিহীন গণসংখ্যা নিবেশনের ক্ষেত্রে মধ্যমা নির্ণয় করা যায়।

(ঙ) তথ্যমানসমূহের কোন একটি মান খুব ছোট অথবা বড় হলে মধ্যমা কম প্রভাবিত হয়।

অসুবিধা ঃ

(ক) মধ্যমা সকল তথ্যমানের উপর ভিত্তি করে নির্ণয় করা হয় না কারণ এটা শুধুমাত্র তথ্যমানের অবস্থানের উপর ভিত্তি করে নির্ণয় করা হয়।

(খ) তথ্যমানসমূহের মধ্যমা জানা থাকলে এবং তথ্যমানের সংখ্যা জানা থাকলে তথ্যমানসমূহের সমষ্টি নির্ণয় করা সম্ভব নয়।

সারসংক্ষেপ ঃ

গড় তিন প্রকার, ১। গাণিতিক গড়, ২। জ্যামিতিক গড়, GM ৩। তরঙ্গ বা উল্টন গড় HM এবং তাদের সম্পর্কে লেখা যায় AM≥ GM≥HM

পাঠোত্তর মূল্যায়ন ঃ ৫.৪

সঠিক উত্তরের পাশে টিক (√) চিহ্ন দিন।

১। কোনটি লেখচিত্রের সাহায্যে নির্ণয় করা যায় না?

(ক) প্রচুরক (খ) গড় (গ) মধ্যমা ঘ) সংশ্লেষাংঙ্ক

২। সূচক সংখ্যা তৈরিতে কোন পরিমাপটি ব্যবহৃত হয়?

(ক) গড় (খ) জ্যামিতিক

(গ) প্রচুরক (ঘ) মধ্যমা।

৩। তথ্যমানসমূহে সর্বাধিক সংগঠিত মানের সংখ্যা দুই বা তার অধিক হলে কোনটি নির্ণয় করা কঠিন?

(ক) গড় (খ) ভেদাঙ্ক

(গ) প্রচুরক (ঘ) মধ্যমা।

সত্য/মিথ্যা নির্নয়ঃ

৪। নমুনার তারতম্য হলেও গাণিতিক গড় কম প্রভাবিত হয়

৫। জ্যামিতিক গড়ের সংজ্ঞা যথেষ্ট স্পষ্ট।

শুন্যস্থান পূরণ ঃ

৬। গাণিতিক গড় ----------- বা ------------- মান দ্বারা প্রভাবিত হয়।

৭। সূচক সংখ্যা তৈরিতে --------------- পরিমাপক হিসাবে ব্যবহৃত হয়।

বাক্য মিলানো ঃ

৮। তথ্যমানের কোন একটি মান ঋণাত্মক হলে	ক) ভাবে বুঝা যায়
৯। তরঙ্গ গড়ের সূত্র সহজ	খ) সহজে নির্নয় করা যায়
১০। মধ্যমা লেখচিত্রের মাধ্যমে	গ) জ্যামিতক গড়ের মান নির্নয় করা যায় না।

পাঠ-৫.৫ চতুর্থক, দশমক ও শতমক (Quartile, Decile and percentile)

ভূমিকা

চতুর্থক, দশমক ও শতমক কেন্দ্রীয় প্রবণতার মান পরিমাপ করে না, তবে এগুলোর নির্ণয়ের পদ্ধতির সাথে মধ্যমা নির্ণয়ের সাদৃশ্য আছে। এ পাঠে বিস্তারিত আলোচনা করা হল।

উদ্দেশ্য

এই পাঠ শেষে আপনি–

- চতুর্থক কি সর্বনিম্ন বলতে এবং পরিমাপ করতে পারবেন;
- দশমক সম্বন্ধে বলতে এবং পরিমাপ করতে পারবেন;
- শতমক কি বলতে পারবেন এবং নির্ণয় করতে পারবেন;
- চতুর্থক, দশমক ও শতমকের তুলনামূলক আলোচনা করতে পারবেন।

চতুর্থক (Quartile)

নাম থেকেই বোঝা যায় যে, চতুর্থক এমন একটি মান যা তথ্যমানসমূহকে (উর্দ্ধ ক্রমানুসারে) সাজানো সমান চারভাগে বিভক্ত করে। যেহেতু চতুর্থক তথ্যমান সমূহকে সমান চার ভাগে বিভক্ত করে, সেজন্য মোট ৩টি চতুর্থক আছে। এগুলো যথাক্রমে $Q_১$, $Q_২$ এবং $Q_৩$ দ্বারা চিহ্নিত করা হয়। দ্বিতীয় চতুর্থক $Q_২$ মধ্যমা এর সমান যার পরিমাপ নির্ণয় পাঠ ৫.৩-এ আলোচনা করা হয়েছে।

ধরা যাক, কোন তথ্যসারির মানের ক্রমানুসারে সাজানো n সংখ্যক তথ্যমান নিম্নরূপ–

$X_১, X_২, ...X_n$

এক্ষেত্রে যদি n বিজোড় সংখ্যা হয়,

$Q_১ = \frac{n + 1}{4}$ তম মান, এবং $Q_৩$ = **Error!**তম মান।

আবার যদি n জোড় সংখ্যা হয় তবে–

$Q_১ = \frac{n}{4}$ ও $\frac{n + 4}{4}$ তম মানের গাণিতিক গড়ের সমান।

এবং $Q_৩ = \frac{3n}{4}$ ও $\frac{3n + 4}{4}$ তম মানের গাণিতিক গড়ের সমান।

কোন গণসংখ্যা নিবেশন থেকে $Q_১$ এবং $Q_৩$ পরিমাপ করার পদ্ধতি মধ্যমা নির্ণয় করার অনুরূপ। মধ্যমা এর অনুরূপ এক্ষেত্রেও $Q_১$ এবং $Q_৩$ থাকতে পারে এমন শ্রেণী প্রথমে নির্বাচিত করতে হবে। $Q_১$ এবং $Q_৩$ নিম্নলিখিত সূত্রের সাহায্যে নির্ণয় করা হয়।

$$Q_১ = L_১ + \frac{\frac{n}{4} - Fc1}{fq1} \times C$$

এখানে n = মোট গণসংখ্যা।

$L_১ = Q_১$ থাকতে পারে এমন শ্রেণীর নিম্নসীমা।

$fq_১ = Q_১$ থাকতে পারে এমন শ্রেণীর গণসংখ্যা

$Fc_১ = Q_১$ শ্রেণীর পূর্ববর্তী শ্রেণীর যোজিত গণসংখ্যা

$C = Q_১$ শ্রেণীর ব্যবধান।

$\frac{n}{4}$এর চেয়ে বড় যোজিত গণসংখ্যার শ্রেণীই হচ্ছে $Q_১$ শ্রেণী।

$$Q_৩ = L_৩ + \frac{\frac{3n}{4} - Fc3}{fq3} \times C$$

এখানে n = মোট গণসংখ্যা।

$L_৩ = Q_৩$ থাকতে পারে এমন শ্রেণীর নিম্নসীমা।

$fq_৩ = Q_৩$ থাকতে পারে এমন শ্রেণীর গণসংখ্যা

$Fc_৩ = Q_৩$ শ্রেণীর পূর্ববর্তী শ্রেণীর যোজিত গণসংখ্যা

$C = Q_৩$ শ্রেণীর ব্যবধান।

$\frac{3n}{4}$ এর চেয়ে বড় যোজিত গণসংখ্যার শ্রেণীই হচ্ছে $Q_৩$ শ্রেণী।

উদাহরণ-১

নিম্নে দুটি তথ্যের মানসমূহ দেয়া আছে। প্রথম চতুর্থক ($Q_১$) এবং ৩য় চতুর্থক ($Q_৩$) নির্ণয় করুন।

তথ্য-১ঃ ৭, ৪, ১১, ১৫, ১২, ২১, ১৯, ১৬, ৯, ৮, ১০, ১৪, ১৮, ১৩, ১৭।

তথ্য-২ঃ ১৬, ১৫, ২১, ২২, ২৬, ২৪, ২৯, ২৫, ১৭, ৩০, ২৫, ২৩, ২৮, ৩১, ৩৪, ৩৩।

সমাধান ঃ

প্রথমটিতে ১৫টি মান আছে। এদেরকে উর্ধ্বক্রমানুসারে সাজালে পাওয়া যায়।

৪, ৭, ৮, ৯, ১০, ১১, ১২, ১৩, ১৪, ১৫, ১৬, ১৭, ১৮, ১৯, ২১

$\therefore Q_১ = \frac{15+1}{4} = \frac{16}{4}$ তম মান।

= ৪র্থ তম মান।

= ৯।

$\therefore Q_৩ =$ **Error!**তম মান

= ১২ তম মান

= ১৪।

দ্বিতীয় তথ্যে ১৬টি সংখ্যামান আছে যাদেরকে ক্রমানুসারে সাজালে পাওয়া যায়।

১৫, ১৬, ১৭, ২১, ২২, ২৩, ২৪, ২৫, ২৫, ২৬, ২৮, ২৯, ৩০, ৩১, ৩৩, ৩৪।

$\therefore Q_১ = \frac{16}{4}$ তম ও $\frac{16+4}{4}$ তম মানের গড়

$= \frac{21 + 22}{2}$

$= \frac{43}{2}$

= ২১.৫

$\therefore Q_৩ = \frac{3 \times 16}{4}$তম ও $\frac{3 \times 16 + 4}{4}$তম

= ১২তম মান ও ১৩তম মানের গাণিতিক গড়

$= \frac{29 + 30}{2}$

= ২৯.৫

উদাহরণ-২

নিম্নলিখিত গণসংখ্যা নিবেশনের $Q_১$ এবং $Q_৩$ নির্ণয় করুন।

শ্রেণী	০-১০	১০-২০	২০-৩০	৩০-৪০	৪০-৫০	৫০-৬০	৬০-৭০	৭০-৮০
গণসংখ্যা	২	৩	১৫	৩৭	২৩	১৩	৫	২

সমাধান ঃ

চতুর্থক নির্ণয় সারণী

শ্রেণী	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
০-১০	২	২
১০-২০	৩	৫
২০-৩০	১৫	২০ = $Fc_১$
৩০-৪০	৩৭	৫৭ = $Fc_৩$
৪০-৫০	২৩	৮০
৫০-৬০	১৩	৯৩
৬০-৭০	৫	৯৮
৭০-৮০	২	১০০
	n = ১০০	

এখানে $\frac{n}{4} = \frac{100}{4}$ = ২৫, অর্থাৎ ৩০-৪০ শ্রেণীতে $Q_১$ অবস্থিত।

$\therefore Q১ = L১ + \frac{\frac{n}{4} - Fc1}{fq1} \times C$

এখানে, $L১$ = ৩০, n = ১০০, $fc১$ = ২০, $fq১$ = ৩৭, C = ১০

$\therefore Q_১ = ৩০ + \frac{\frac{100}{4} - 20}{37} \times ১০$

$= ৩০ + \frac{5}{37} \times ১০$

= ৩০ + ১.৩৫১

= ৩১.৩৫১

আবার, $\frac{3n}{4} = \frac{3\square 100}{4}$ = ৭৫, ৭৫ এর চেয়ে বড় ক্রমযোজিত গণসংখ্যা হচ্ছে ৮০।

অতএব, ৪০ − ৫০ এ শ্রেণীতে অবস্থিত।

$$\therefore Q_৩ = L_৩ + \frac{\frac{3n}{4} - Fc3}{fq3} \times C$$

এখানে, $L_৩$ = ৮০, $Fc_৩$ = ৫৭, $fq_৩$ = ২৩, C = ১০

$$\therefore Q_১ = ৩০ + \frac{\frac{3¥100}{4} - 57}{23} \times ১০$$

$$= ৪০ + \frac{75 - 57}{23} \times ১০$$

$$= ৪০ + \frac{28}{23} \times ১০$$

= ৪০ + ৭.৮২৬

= ৪৭.৮২৬

$\therefore Q_৩$ = ৪৭.৮২৬

দশমক (Decile)

দশমক তথ্যমানসমূহকে ক্রমানুযায়ী সাজানো রাশিমালাকে সমান দশভাগে ভাগ করে। সেজন্য দশমকের সংখ্যা ৯। এগুলো যথাক্রমে− D১, D২ .... D৯ দ্বারা চিহ্নিত করা হয়। এদের সম্পর্ক হচ্ছে D১ ≤ D২ ≤ D৩ ≤ D৪ ≤ .... ≤D৯

স্বভাবতই মধ্যমা এবং D৫ সমান মান বিশিষ্ট।

ধরাযাক, X১, X২, ...Xn কোন তথ্যমানসমূহের উর্ধ্বক্রমানুসারে সাজানো n সংখ্যক মান। যদি n বিজোড় সংখ্যা হয় তাহলে

Di = **Error!**তম মান, এবং i = ১, ২, -------৯।

যদি n জোড় সংখ্যা হয় তবে

$Di = \frac{in}{10}$তম ও $\frac{in + 10}{10}$ তম মানের গাণিতিক গড়।

কোন গণসংখ্যা নিবেশন থেকে দশমক নির্ণয়ের সূত্র নিম্নরূপ।

$$D_১ = L_১ + \frac{\frac{n}{10} - Fc1}{fd1} \times C$$

এখানে n = মোট গণসংখ্যা।

$L_১ = D_১$ থাকতে পারে এমন শ্রেণীর নিম্নসীমা।

$Fc_১ = D_১$ থাকতে পারে এমন শ্রেণীর পূর্ববর্তী শ্রেণীর ক্রমযোজিত গণসংখ্যা।

$fd_১ = D_১$ থাকতে পারে এমন শ্রেণীর গণসংখ্যা।

$C = D_১$ শ্রেণীর ব্যবধান।

$\frac{n}{10}$এর চেয়ে বড় ক্রমযোজিত সংখ্যার শ্রেণী হচ্ছে $D_১$ এর শ্রেণী।

শতমক (Percentile)

শতমত তথ্যমানসমূহের ক্রমানুযায়ী সাজানো রাশিমালাকে সমান একশত ভাগে ভাগ করে। সেজন্য শতমকের সংখ্যা ৯৯। এদেরকে $P_১$, $P_২$, …………. $P_{৯৯}$ দ্বারা চিহ্নিত করা যায়।

$P_১ \leq P_২ \leq P_৩ \leq \ldots\ldots\ldots\ldots \leq P_{৯৯}$

ধরাযাক, $X_১$, $X_২$, ………… X_n কোন তথ্যমান সমূহের উর্ধ্ব ক্রমানুসারে সাজালে যদি n বিজোড় সংখ্যা হয় তবে

P_i = **Error!**তম মান, i =১, ২, ……., ৯৯

যদি n জোড় সংখ্যা হয় তবে,

$P_i = \frac{in}{100}$তম ও $\frac{in + 100}{100}$তম মানের গাণিতিক গড়।

গণসংখ্যা নিবেশন থেকে Pi নির্ণয়ের সূত্র নিম্নরূপ–

$$\therefore P_i = L_i + \frac{\frac{in}{100} - F_{ci}}{f_{pi}} \times C$$

এখানে n = মোট গণসংখ্যা

L_i = Pi থাকতে পারে এমন শ্রেণীর নিম্নসীমা

fP_i = Pi থাকতে পারে এমন শ্রেণীর গণসংখ্যা

F_{ci} = Pi থাকতে পারে এমন শ্রেণীর পূর্ববর্তী শ্রেণী ক্রমযোজিত গণসংখ্যা

C = Pi শ্রেণীর ব্যবধান।

$\frac{in}{100}$এর চেয়ে বড় ক্রমযোজিত গণসংখ্যা শ্রেণী হচ্ছে Pi এর শ্রেণী।

এই পাঠের উদাহরণ ১ ও ২-এ বর্ণিত তথ্য থেকে অতি সহজেই সূত্রের সাহায্যে বিভিন্ন দশমক ও শতমক নির্ণয় করা যাবে।

লক্ষ্য করলে দেখা যায় যে,

$P_{২৫} = Q_১$, $P_{৫০} = D_৫ = Q_২$ = মধ্যমা, $P_{৭৫} = Q_৩$

সারসংক্ষেপ ঃ

চতুর্থক এমন একটি মান যা তথ্যমান সমূহকে সমান চারভাগে বিভক্ত করে।

পাঠোত্তর মূল্যায়নঃ ৫.৫

সঠিক উত্তরের পাশে টিক (√) চিহ্ন দিন।

১। চতুর্থক, দশমক ও শতমক নির্ণয় কেন্দ্রীয় প্রবণতার কোন পরিমাপ নির্ণয়ের সাথে সাদৃশ্য আছে?

(ক) গড় (খ) মধ্যমা

(গ) প্রচুরক (ঘ) জ্যামিতিক গড়।

২। চতুর্থক তথ্যমানসমূহকে কয় ভাগে ভাগ করে?

(ক) ২ (খ) ৩

(গ) ৪ (ঘ) ৫

৩। $P_{২০}$ সমান কোনটি?

(ক) $D_{২}$ (খ) $D_{৫}$ অথবা $Q_{২}$

(গ) $Q_{১}$ (ঘ) $Q_{৩}$

৪। দশমক তথ্যমানসমূহকে কত ভাগে ভাগ করে?

(ক) ৫ (খ) ১০

(গ) ১০০ (ঘ) ৪

সত্য/মিথ্যা নির্নয় ঃ

৫। চতুর্ধক তথ্যমান সমূহকে সমান চার ভাগে ভাগ করে না।

৬। দশমক তথ্যমান সমূহকে ক্রমানুযায়ী সাজানো রাশিমালাকে দশ ভাগে ভাগ করে।

শুণ্যস্থান পূরণ ঃ

৭। স্বাভাবতই ----------- এবং ------- সমান মান বিশিষ্ট

৮। শতমকের সংখ্যা -------------------।

বাক্য মিলানো ঃ

৯। কোন গণসংখ্যা নিবেশন থেকে Q_1 এবং Q_3	ক) রাশিমালাকে সমান ১০০ ভাগে ভাগ করে
১০। শতমক তথ্য সমূহের ক্রমানুযায়ী সজানো	
	খ) পরিমাপ করার পদ্ধতি মধ্যমা নির্নয় করার পদ্ধতির অনুরূপ।

পাঠ-৫.৬ কতিপয় উপপাদ্য ও তার প্রমাণ (Some Theorem and Its proof)

ভূমিকা

এ পাঠে কতিপয় উপপাদ্য ও প্রমান আলোচনা করা হল।

উদ্দেশ্য

এই পাঠ শেষে আপনি–

- কতিপয় উপপাদ্য সম্বন্ধে জানতে পারবেন;
- উপপাদ্য সমূহের প্রমাণ করতে পারবেন;
- গড়-এর ধর্ম বা বৈশিষ্ট্য সম্পর্কে ধারণা করতে পারবেন।

উপপাদ্য-১ ঃ তথ্যমান সমূহের সাথে তাদের গাণিতিক গড়ের বিচ্যুতি সমূহের সমষ্টি শূন্য।

অর্থাৎ $\sum_{i=1}^{n} fi\,(Xi-\bar{x}) = ০$

প্রমাণ ঃ

মনেকরি, $X_১$, $X_২$.......... Xn কোন তথ্যের n সংখ্যক মান এবং তাদের গণসংখ্যা যথাক্রমে $f১$, $f২$, ... fn

গাণিতিক গড় $\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} fiXi}{N}$ i=১, ২, ...n

এখন, $\sum_{i=1}^{n} fi(X_i-\bar{X})$

$= \sum_{i=1}^{n} fi\; Xi - N\bar{X}; \; N = \sum_{i=1}^{n} fi$

$= N\bar{X} - N\bar{X}$

= ০ প্রমাণিত।

উপপাদ্য-২ ঃ যদি n সংখ্যক রাশিমালার বা গ্রুপের $n_১$, $n_২$, ... n_k সংখ্যক তথ্যমান থাকে এবং তাদের গড় যথাক্রমে $\overline{X1}$, $\overline{X2}$........ $\overline{Xk}$হয় তবে যুক্ত রাশিমালার গাণিতিক গড় হবে,

অর্থাৎ $\bar{X} \frac{n_১\bar{x}_১ + n_২\bar{x}_২ + ... + n_k\bar{x}_k}{n_১ + n_২ + ... + n_k}; \Sigma fi = n$

প্রমাণ ঃ

মনেকরি, কোন চলকের n সংখ্যক মানকে নিম্নের দুটি গ্রুপে বিভক্ত করা হয়েছে।

$X_{১১}$, $X_{১২}$, ... $X_১n_১$

$X_{২১}$, $X_{২২}$, ...$X_২n_২$

প্রথমটিতে n_1 সংখ্যক এবং দ্বিতীয়তে n_2 সংখ্যক মান আছে।

সূত্র অনুযায়ী প্রথম গ্রুপের গড় $\bar{X}1 = \frac{\sum_{i=1}^{n1} X1i}{n1}$

দ্বিতীয় গ্রুপের গড় $\bar{X}2 = \frac{\sum_{i=1}^{n2} X2i}{n2}$

$\therefore$ প্রথম গ্রুপের সকল মানের সমষ্টি $\sum_{i=1}^{n1} X1i = n_১ \bar{X}_1$

$\therefore$ দ্বিতীয় গ্রুপের সকল মানের সমষ্টি $\sum_{i=1}^{n2} X2i = n_২ \bar{X}_2$

এখন দুটি গ্রুপের গড় $\bar{X} = \frac{X11 + X12 + ... + X1n1 + X21 + X22 + ...X2n2}{n}$

বা, $N\bar{X} = \sum_{i=1}^{n1} X1i + \sum_{i=1}^{n2} X2i$

বা, $N\bar{X} = n_১\bar{x}_১ + n_২\bar{x}_২$

বা, $\bar{X} = \frac{n_১\bar{x}_১ + n_২\bar{x}_২}{n}$ যেখানে $n = n_১ + n_২$

অনুরূপভাবে গ্রুপের সংখ্যা k হলে

$\bar{X} = \frac{n1\ \bar{X}\ 1 + n2\ \bar{X}\ 2 + ... + nk\ Xk}{n1 + n2 + ... + nk}$

(প্রমাণিত)

উপপাদ্য-২ ঃ শূন্য ব্যতীত ধনাত্মক তথ্যসমূহের জন্য গাণিতিক গড় (AM) $\geq$ জ্যামিতিক গড় (G.M) $\geq$ তরঙ্গ গড় (H.M)

প্রমাণ ঃ

ধরা যাক, $X_1, X_2 .... X_n$ শূন্য ব্যাতীত ধনাত্মক n সংখ্যক তথ্যমান।
প্রথম দুটি মান X_1 এবং X_2 নিন।

এই মান দুটির গাণিতিক গড় $A.M = \frac{X1 + X2}{2}$

জ্যামিতিক গড় $G.M = (X_1 \times X_2)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{X1 \square X2}$

এবং

তরঙ্গ গড় $H.M = \frac{2}{\frac{1}{X_1} + \frac{1}{X_2}} = \frac{2X_1X_2}{X_1 + X_2}$

এখন $A.M - G.M = \frac{X_1 + X_2}{2} - \sqrt{X_1 \square X_2}$

$= \frac{1}{2}[(x_১+x_২)-২\sqrt{X1 \square X2}]$

= Error!

$\therefore$ A.M – G.M $\geq$ ০ (যেহেতু X১ > ০, X_2 > ০

অর্থাৎ A.M. $\geq$ G.M .... (১)

যখন $X_1 = X_2$ হবে তখন A.M = G.M

আবার,

$$G.M - H.M = \sqrt{X_1X_2} - \frac{2X_1X_2}{X_1 + X_2}$$

= **Error!**

= **Error!**

$$= \frac{\sqrt{X_1X_2}}{X_1 + X_2}(\sqrt{X_1} - \sqrt{X_2})^2 \geq ০$$

$\therefore$ G.M – H.M $\geq$ 0

অর্থাৎ G.M $\geq$ H.M .... (২)

যখন $X_1 =$ X**Error!**হবে তখন G.M = H.M

সমীকরণ (১) ও (২) থেকে পাওয়া যায়

A.M $\geq$ G.M $\geq$ H.M

এরূপ nটি সংখ্যা নিয়েও প্রমাণ করা যায় যে, A.M $\geq$ G.M $\geq$ H.M

সারসংক্ষেপ ঃ

কেন্দ্রীয় প্রবণতার কতগুলো উপপাদ্য তার প্রমানসহ আলোচনা করা হল।

পাঠোত্তর মূল্যায়ন ৫.৬

সঠিক উত্তরের পাশে টিক ($\surd$) চিহ্ন দিন।

১। তথ্যমানের সাথে তাদের গাণিতিক গড়ের বিচ্যুতি সমূহের সমষ্টি কোনটি?

(ক) ধনাত্মক সংখ্যা (খ) শূন্য

(গ) ঋনাত্মক সংখ্যা (ঘ) কোনটিই নয়।

২। n সংখ্যক ধ্রুবক (Constant) মান a এর গড় কোনটি?

(ক) a+n (খ) a

(গ) a/n (ঘ) n–a

৩। দুটি গ্রুপের যুক্ত গাণিতিক গড়ের সূত্র কোনটি?

(ক) $\frac{X_1 + X_2}{2}$ (খ) $\frac{N_1X_1 + N_2X_2}{N_1 + N_2}$

(গ) $\frac{X_1 - X_2}{2}$ (ঘ) উপরের কোনটিই নয়।

সত্য/মিথ্যা নির্নয় ঃ

৪। তথ্যমান সমূহের সাথে তাদের গাণিতিক গড়ের বিচ্যুতি সমূহের সমষ্টি শুণ্য।

শুণ্যস্থান পূরণ ঃ

৫। **Error!= ----------------------** ।

বাক্য মিলানো ঃ

৬। শুণ্য ব্যতিত ধনাত্মক তথ্য সমূহের জন্য সত্য	ক) এবং তাদের গড় X_1, X_2...... X_k হলে যুক্ত রাশিমালার গাণিতিক গড় $\bar{X} = \frac{n1\,\bar{X}\,1 \;+\; n2\,\bar{X}\,2 + ... \;+\; nk\,Xk}{n1 \;+\; n2 \;+\; .... \;+\; nk}$
৭। k সংখ্যক রাশিমালা বা গ্রুপের n_1, n_2....... n_n সংখ্যক তথ্য	খ) A.M ≥ G.M ≥ H.M

চূড়ান্ত মূল্যায়ন-৫

রচনামূলক প্রশ্নাবলী

১। কেন্দ্রীয় প্রবণতা বলতে কি বুঝায়? এর পরিমাপগুলো বর্ণনা করুন।

২। গাণিতিক গড় কাকে বলে? একটি গণসংখ্যা নিবেশন থেকে কিভাবে গড় নির্ণয় করা যায় আলোচনা করুন।

৩। গাণিতিক গড়, জ্যামিতিক গড় এবং তরঙ্গ গড়ের সংজ্ঞা লিখুন। প্রমাণ করুন যে, AM≥G.M≥H.M কখন এগুলো সমান হতে পারে।

৪। মধ্যমা এর সংজ্ঞা দিন। একটি গণসংখ্যা নিবেশন থেকে কিভাবে মধ্যমা নির্ণয় করা যায়? চিত্রের সাহায্যে মধ্যমা নির্ণয়ের পদ্ধতিসমূহ লিখুন।

৫। প্রচুরক এর সংজ্ঞা লিখুন। গণসংখ্যা নিবেশন থেকে প্রচুরক পদ্ধতি আলোচনা করুন। লেখচিত্রের সাহায্যে কিভাবে প্রচুরক নির্ণয় করা যায় আলোচনা করুন।

৬। গড় মধ্যমা এবং প্রচুরকের সুবিধা এবং অসুবিধাসমূহ বর্ণনা করুন।

৭। দশমক, চতুর্থক এবং শতমক এর সংজ্ঞা দিন এবং এগুলো নির্ণয়ের পদ্ধতিসমূহ আলোচনা করুন।

৮। প্রমাণ করুন যে, তথ্যমানসমূহের সাথে তাদের গাণিতিক গড়ের বিচ্যুতি বা ব্যবধানের সমষ্টি শূন্য।

৯। প্রমাণ করুন যে, যদি K সংখ্যক গ্রুপের গড় X_1, X_2............ X_k হয় এবং তাদের তথ্যমান যথাক্রমে n_1, n_2........... n_k হয় তবে তাদের যুক্ত গড়

$$\bar{X} = \frac{n_1\bar{x}_1 + n_2\bar{x}_2 + ... + n_k\bar{x}_k}{n_1 + n_2.........n_k}$$

১০। নিচের ৩০ জন লোকের ওজন (কিলোগ্রাম) দেওয়া আছে। গণসংখ্যা নিবেশন সারণী তৈরি করুন এবং গড়, মধ্যমা ও প্রচুরক নির্ণয় করুন।

৪১	৪০	৪৪	৫৮	৪২	৪২	৫৭	৪৫	৬১	৬৫	৪৩	৫২
৪৮	৩৯	৬১	৬৭	৭০	৬২	৫৮	৭১	৫৭	৬২	৫৩	৪৯
৪৭	৪৩	৬৮	৬৪	৫৪	৫৫						

১১। নিম্নলিখিত গণসংখ্যা নিবেশন থেকে গড়, মধ্যমা, প্রচুরক, দশমক, চতুর্থক ও শতমক নির্ণয় করুন। লেখচিত্রের সাহায্যে এখান থেকে মধ্যমা ও প্রচুরক নির্ণয় করুন।

শ্রেণী	১০-১৫	১৫-২০	২০-২৫	২৫-৩০	৩০-৩৫	৩৫-৪০	৪০-৪৫	৪৫-৫০
গণসংখ্যা	৫	৬	১২	২৩	৩১	১০	৮	৫

১২। কোন পরীক্ষায় A শ্রেণীর ৩০ জন ছাত্রের গড় নম্বর ৫৮.৫৩ এবং B শ্রেণীর ৪০ ছাত্রের গড় নম্বর ৫৩.৫৬, সমস্ত ছাত্রদের একত্রে গড় নম্বর কত?

১৩। ১০টি বলের গড় ওজন ১৫.৩৮ গ্রাম। প্রথম ৪টি এবং শেষ ৩টি বলের গড় ওজন যথাক্রমে ১৪.২৭ এবং ১৬.১২ গ্রাম। ষষ্ঠ ও সপ্তম বলের গড় ওজন যদি পঞ্চম বলের ওজনের ০.৩৪২ গ্রাম বেশি হয় তবে পঞ্চম বলের ওজন কত?

১৪। নিম্নে প্রদত্ত গণসংখ্যা নিবেশন থেকে গড়, মধ্যমা ও প্রচুরক নির্ণয় করুন।

মাসিক আয়	৫০০-১০০০	১০০০-১৫০০	১৫০০-২০০০	২০০০-২৫০০	২৫০০-৩০০০	৩০০০-৩৫০০
শ্রমিকের সংখ্যা	২৩	৮১	১১৪	১৯৫	৪৩	১৯

উত্তরমালা

পাঠ্যোত্তর মূল্যায়ন: ৫.১

১। খ ২। খ ৩। ক ৪। সত্য ৫। মিথ্যা ৬। $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} xi$; i=১, ২, ...n

৭। $\frac{n}{\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{xi}}$ ৮। খ ৯। ক

পাঠ্যোত্তর মূল্যায়ন: ৫.২

১। ক ২। খ ৩। খ ৪। সত্য ৫। $L+\frac{D1}{D1+D2}\infty C$ ৬। খ ৭। ক

পাঠ্যোত্তর মূল্যায়ন: ৫.৩

১। ক ২। গ ৩। খ ৪। মিথ্যা ৫। বিজোড় ৬। খ ৭। ক।

পাঠ্যোত্তর মূল্যায়ন: ৫.৪

১। খ ২। খ ৩। গ ৪। সত্য ৫। সত্য ৬। প্রান্তিক, চরম ৭। জ্যামিতিক গড় ৮। গ ৯। ক ১০। ১০০।

পাঠ্যোত্তর মূল্যায়ন ৫.৫

১। খ ২। গ ৩। ক ৪। খ ৫। মিথ্যা ৬। সত্য ৭। মধ্যমা, D_5 ৮। ১০০ ৯। খ ১০। ক।

পাঠ্যোত্তোর মূল্যায়ন ৫.৬

১। খ ২। খ ৩। ঘ ৪। সত্যা ৫। ০ ৬। খ ৭। খ