অধ্যায়
৭

পরিঘাত, বঙ্কিমতা ও সূচলতা
(Moments, skewness and kurtosis)

ভূমিকা

দুই বা ততোধিক গণসংখ্যা নিবেশন বা দুই বা ততোধিক চলকের মধ্যে তুলনা করার জন্য আমরা কেন্দ্রীয় প্রবণতা ও বিস্তার পরিমাপ সম্পর্কে পূর্বের অধ্যায়ে বিস্তারিত আলোচনা করেছি। এ ইউনিটে আমরা কোন গণসংখ্যা নিবেশনের প্রকৃতি বা চরিত্র আরও বেশি জানার জন্য আরও কিছু বৈশিষ্ট্য যেমন– পরিঘাত, বঙ্কিমতা ও সূচলতা সম্বন্ধে আলোচনা করব।

উদ্দেশ্য

এ অধ্যায় শেষে বলতে পারবেন-

- পরিঘাত
- বঙ্কিমতা
- সূচলতা

পাঠ-৭.১ পরিঘাত (Moments)

ভূমিকা
এ পাঠে পরিঘাত সম্পর্কে আলোচনা করা হল।

এ পাঠ শেষে আপনি–
- পরিঘাত সম্পর্কে ধারনা করতে পারবেন;
- পরিঘাতের প্রকারভেদ সম্পর্কে বলতে পারবেন;
- বিভিন্ন প্রকার পরিঘাতের মধ্যে সম্পর্ক নির্ণয় করতে পারবেন।

পরিঘাত
কোন গণসংখ্যা নিবেশনের বৈশিষ্ট্যগুলো পরিমাপের জন্য বিভিন্ন পরিঘাত ব্যবহৃত হয়ে থাকে। পরিঘাতমালার প্রথম দুটি হচ্ছে গড় এবং ভেদাংক যেগুলো সম্বন্ধে আমরা পূর্বের ইউনিটে আলোচনা করছি। বঙ্কিমতা ও সূচলতা পরিমাপের জন্যও বিভিন্ন পরিঘাত ব্যবহৃত হয়ে থাকে। পরিঘাত দুই ভাবে নির্ণয় করা হয়; অশোধিত পরিঘাত ও কেন্দ্রীয় পরিঘাত। পরিঘাতকে সাধারণত μ (মিউ, গ্রীক অক্ষর) দ্বারা চিহ্নিত করা হয়।

ধরাযাক, n সংখ্যক মান সম্পন্ন কোন চলকের তথ্যমান $X_১, X_২, \ldots\ldots X_n$, এখন ০ (শূন্য) থেকে মানগুলোর ব্যবধানের r তম ঘাতের গড়কে বলা হয় চলকটির r-তম শূন্য কেন্দ্রীয় পরিঘাত।

অর্থাৎ $\mu'_r = \frac{1}{n}\Sigma x_i^r$; $r =$ ১, ২ ....

μ'_r কে অশোধিত পরিঘাত (raw moments) বলা হয়।

যদি $r =$ ১ হয় তবে প্রথম অশোধিত পরিঘাত

$$\mu'_1 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i = \bar{x}$$

যদি $r =$ ২ হয় তবে ২য় অশোধিত পরিঘাত

$$\mu'_2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i^2$$

শ্রেণীকৃত গণসংখ্যা নিবেশনের ক্ষেত্রে অর্থাৎ মানসমূহকে যদি k শ্রেণীতে বিভক্ত করা হয় এবং fi যদি i তম শ্রেণীর গণসংখ্যা হয় তবে–

$$\mu'_r = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{k} f_i x_i^r \text{ এখানে } m = \sum_{i=1}^{k} f_i$$

আবার, চলকের গড় থেকে তথ্যমানগুলোর ব্যবধানের r-তম ঘাতের গড়কে কেন্দ্রীয় পরিঘাত (Central moments) বলে। এটাকে μ_r দ্বারা চিহ্নিত করা হয়।

μ_r **= Error!**

যদি $r =$ ১ হয় তবে

$$\mu_1 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})$$

$$= \frac{1}{n}(Sx_i - nx)$$

$$= \frac{Sx_i}{n} - \bar{x}$$

$$= \bar{x} - \bar{x}$$

$$= ০$$

$$\therefore \mu_1 = ০$$

যদি r = ২ হয় তবে

$$\mu_2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 = S^২$$

এখানে দেখা যাচ্ছে যে, প্রথম কেন্দ্রীয় পরিঘাত শূন্য এবং দ্বিতীয় কেন্দ্রীয় পরিঘাত চলকের ভেদাংকের সমান।

শ্রেণীকৃত গণসংখ্যা নিবেশনের ক্ষেত্রে rতম কেন্দ্রীয় পরিঘাত,

$$\mu_r = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{k} fi\,(x_i - \bar{x})^r \quad \text{এখানে } m = \Sigma fi$$

এক্ষেত্রে r এর মান শূন্য হলে μ = ১

r-এর মান ২ হলে

$$\mu_2 = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{k} fi\,(x_i - \bar{x})^2$$

r- এর মান ৩ হলে

$$\mu_3 = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{k} fi\,(x_i - \bar{x})^3$$

কেন্দ্রীয় পরিঘাত এবং অশোধিত পরিঘাতের মধ্যে সম্পর্ক (Relation between central moments and Raw moments)

আমরা জানি, r-তম কেন্দ্রীয় পরিঘাত

$$\mu_r = \frac{1}{n}\Sigma(x_i -)^r$$

$$= \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - m'_1)^r \quad , x = \mu^{\prime}_1$$

= Error!

$$= \frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n} x_i^{r} - {}^{r}c_1 \sum_{i=1}^{n} x_i^{r-1}\, m'_1 + {}^{r}c_2 \sum_{i=1}^{n} x_i^{r-2}\, m'^{2}_1 \ldots\ldots + (-১)^{r} m'^{r}_1\right)$$

$\therefore \mu_r = m'_r - {}^{r}c_1 \mu'$**Error!**

যেহেতু ১ম কেন্দ্রীয় পরিঘাত $\mu_1 = ০$ এবং সাধারণত μ^2, μ^3এবং μ৪ এই তিনটি কেন্দ্রীয় পরিঘাতই বেশি ব্যবহৃত হয়। সুতরাং উপরের (□) নং সূত্রে r=২,৩ এবং ৪ বসিয়ে পাই–

$$\mu_2 = \mu'_২ - ২\mu'_2\mu'_১ + \mu'^{2}_1$$

$$= \mu'_2 - \mu'^{2}_1$$

$$\mu_3 = \mu'_3 - ৩\mu'_২\mu'_১ + ৩\mu'_১\mu'^{2}_1 - \mu'^{3}_1$$

$$= \mu'_৩ - ৩\mu'_2\mu'_1 + ২\mu'^{3}_1$$

$$\mu_4 = \mu'_4 - ৪\mu'_৩\mu'_১ + ৬\mu'_2\mu'^{2}_1 - ৪\mu'_1\mu'^{3}_1 + \mu'^{4}_1$$

$$= \mu'_4 - ৪\mu'_3\mu'_1 + ৬\mu'_2\mu'^{2}_1 - ৩\mu'^{4}_1$$

পূর্বেই উল্লেখ করা হয়েছে μ'_1 = চলকের গড় এবং μ২ = σ^2চলকের ভেদাংক পরিমাপ করে। μ_3এবং μ_4অর্থাৎ ৩য় ও ৪র্থ কেন্দ্রীয় পরিঘাত বঙ্কিমতা ও সূচলতা নির্ণয়ে ব্যবহৃত হয়। পরবর্তী পাঠসমূহে এ সম্বন্ধে আলোচনা করা হবে।

সারসংক্ষেপ ঃ

গণসংখ্যা নিবেশনের বৈশিষ্ট্য গুলোর পরিমাপের জন্য বিভিন্ন পরিঘাত ব্যবহৃত হয়।

পাঠোত্তর মূল্যায়ন ৭.১

সঠিক উত্তরের পাশে টিক (√) চিহ্ন দিন।

১। ১ম অশোধিত পরিঘাত চলকের কি পরিমাপ করে?

(ক) পরিসর　　(খ) গড়

(গ) ভেদাংক　　(ঘ) পরিমিত ব্যবধান।

২। ২য় কেন্দ্রীয় পরিঘাত চলকের কি পরিমাপ করে?

(ক) গড়　　(খ) ভেদাংক

(গ) পরিসর　　(ঘ) মধ্যমা।

৩। পরিঘাত কয় উপায়ে নির্ণয় করা যায়?

(ক) ২　　(খ) ৩

(গ) ৬　　(ঘ) ৫।

৪। **১ম কেন্দ্রীয় পরিঘাতের মান কত?**

(ক) শূন্য (খ) গড়ের মান

(গ) ভেদাংকের মান (ঘ) কোনটিই নয়।

সত্য/মিথ্যা নির্ণয়ঃ

৫। μ কে অশোধিত পরিঘাত বলা হয়।

৬। কেন্দ্রীয় **১**ম পরিঘাত = ০

শুন্যস্থান পূরণ ঃ

৭। পরিঘাত দুভাবে নির্ণয় করা যায় ১) ------------ ও ২) ------------

৮। $\mu_৩$ = -------------------------- ।

৯। $\mu_৪$ = -------------------------- ।

বাক্য মিলানো ঃ

১০। প্রথম অশোধিত পরিঘাত	ক) $\mu'_2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i^2$
১১। ২য় অশোধিত পরিঘাত	খ) $\mu_2 = S^2$
১২। ২য় কেন্দ্রীয় পরিঘাত	গ) $\mu'_১ = \bar{x}$

পাঠ-৭.২ **পরিঘাত নির্ণয় পদ্ধতি (Measures of Moment's)**

ভূমিকা

এ পাঠে পরিঘাত নির্ণয় পদ্ধতি সম্পর্কে আলোচনা করা হল।

এই পাঠ শেষে আপনি–

- পরিঘাত নির্ণয় পদ্ধতি সম্পর্কে বলতে পারবেন;
- পরিঘাতের সংশোধনী করতে পারবেন;
- মূল ও স্কেলের উপর পরিঘাতের প্রভাব সম্পর্কে ধারণা করতে পারবেন।

পরিঘাত নির্ণয় পদ্ধতি ঃ

কোন চলকের কিংবা চলকের গণসংখ্যা নিবেশনে সাধারনত: চারটি পরিঘাত ঃ μ'_1, μ_2, μ_3এবং μ_4বেশি ব্যবহৃত হয়ে থাকে। μ'**Error!**এবং μ**Error!**এর নির্ণয় পদ্ধতি আগে আলোচিত হয়েছে।

প্রথমে অশোধিত পরিঘাত $\mu'_১$, $\mu'_২$, μ'_3 and μ'**Error!**নির্ণয় করতে হবে।

অশোধিত পরিঘাতের সাহায্যে পাঠ- ৭.১ এর সূত্রের সাহায্যে কেন্দ্রীয় পরিঘাত μ_1, μ_2, μ_3এবং μ_4নির্ণয় করা যায়।

পরিঘাতের সংশোধনী ঃ

শ্রেণীকৃত গণসংখ্যা নিবেশনের ক্ষেত্রে পরিঘাত নির্ণয়ের সময় শ্রেণীর মানগুলোকে ঐ শ্রেণীর মধ্যমানের সমান অনুমান করা হয় কারণ হিসেবে মনে করা হয় যে মধ্যবিন্দুতে ঐ শ্রেণীর সকল গণসংখ্যা কেন্দ্রীভূত থাকে। ব্যবহারিক ক্ষেত্রে এই অনুমান সকল সময় সঠিক নয় যার ফলে প্রতি শ্রেণীর মধ্যমানের সাথে গড়ের ব্যবধানের মানের বর্গ, ঘনত্ব ইত্যাদি নেয়ার ফলে পরিঘাত নির্ণয়ে কিছুটা ভুল ফল দেয় পরিঘাত নির্ণয়ে এ ভুলকে শ্রেণীকরণ ভুল বলা হয়। এ ভুল বা ত্রুটির সংশোধন করা প্রয়োজন। উচ্চতর পরিঘাত নির্ণয়ের ক্ষেত্রে এই ত্রুটি আরও প্রকট। তবে বিজোড় সংখ্যা পরিঘাতের ক্ষেত্রে এই ভুল সংশোধনের প্রয়োজন হয় না কারণ ত্রুটির ঋনাত্মক ও ধনাত্মক মানসমূহ পরস্পর একত্রীকরণের ফলে ত্রুটির পরিমাণ সাধারনত থাকে না। কিন্তু জোড় সংখ্যক পরিঘাতের ক্ষেত্রে সমস্ত মানগুলো ধনাত্মক হওয়ার ফলে ত্রুটি সংশোধন করতে হবেই। W.F. Seffered এ ধরণের ত্রুটি সংশোধনের জন্য নিম্নলিখিত সূত্র দিয়েছেন এবং তাঁর নামানুসারে একে সেফার্ড সংশোধনী বলা হয়।

ত্রুটিমুক্ত $\mu_2 = \mu_2 - \frac{d^2}{12}$

ত্রুটিমুক্ত $\mu_3 = \mu_3$

ত্রুটিমুক্ত $\mu_4 = \mu_4 - \frac{m_2 d^2}{2} + \frac{7}{240}d8$

এখানে d হলো শ্রেণী ব্যবধান।

পরিঘাতের উপর মূল ও স্কেলের পরিবর্তনের প্রভাব ঃ

মনেকরি n তথ্যমান সম্পন্ন চলককে k শ্রেণীতে বিভক্ত করা হল এবং শ্রেণীসমূহের মধ্যমান x_1, x_2........... x_kএবং এদের গণসংখ্যা যথাক্রমে $f_1, f_2, \ldots\ldots\ldots f_k$. এখন দেখতে হবে যে, মধ্যমানগুলোর মূল এবং স্কেলের পরিবর্তন হলে পরিঘাতের উপর কি প্রভাব পড়ে।

ধরা যাক, মধ্যমানগুলোর মূল এবং স্কেল পরিবর্তন হয়ে নতুন মান হল–

$y_i = \frac{x_i - A}{b}$ এখানে A মূল বিন্দু এবং b স্কেল, i =১, ২, ...k

বা, $x_i = A + by_i$

or, $\sum_{i=1}^{k} x_i = \sum_{i=1}^{k} A + b\sum_{i=1}^{k} y_i$

$\sum_{i=1}^{k} x_i = KA + b\sum_{i=1}^{k} y_i$

or, $\frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k} x_i = \frac{kA}{k} + b$ **Error!**

বা, $\bar{x} = A + b\bar{y}$

অতএব, r-তম কেন্দ্রীয় পরিঘাতে সূত্রানুযায়ী

$$\mu_r = \frac{1}{k}\Sigma f_i(x_i - \bar{x})^r$$

$$= \frac{1}{k}\Sigma f \textbf{Error!}$$

$$= \frac{1}{k}\sum_i f_i\,[b(y_i - \bar{y})]^r$$

$$\therefore \mu\textbf{Error!} = b^r\left[\frac{1}{k}Sf_i(y_i - \bar{y})^r\right]$$

অর্থাৎ x চলকের r-তম কেন্দ্রীয় পরিঘাত রূপান্তরিত y চলকের b^rগুণ r-তম কেন্দ্রীয় পরিঘাতের সমান। সুতরাং বলা যায় কেন্দ্রীয় পরিঘাত সমূহ মূল বিন্দুর উপর নির্ভরশীল নয় কিন্তু মাপনী (b) এর উপর নির্ভরশীল।

উদাহরণ-১

৫, ৮, ১২, ১৭, ১৮, ২১, ২৪ এই তথ্যমানের জন্য (১) অশোধিত পরিঘাত সমূহ (২) কেন্দ্রীয় পরিঘাত সমূহ নির্ণয় করুন।

সমাধান ঃ

এখানে ৭টি তথ্যমানের গাণিতিক গড় $\frac{Sx_i}{7} = \frac{105}{7}$ = ১৫

পরিঘাত নির্ণয় সারণী

x_i	x_i^2	x_i^3	x_i^4	$(x_i - x)$	$(x_i - x)^2$	$(x_i - x)^3$	$(x_i - x)^4$
৫	২৫	১২৫	৬২৫	-১০	১০০	-১০০০	১০০০০
৮	৬৪	৫১২	৪০৯৬	-৭	৪৯	-৩৪৩	২৪০১
১২	১৪৪	১৭২৮	২০৭৩৬	-৩	৯	-২৭	৮১
১৭	২৮৯	৪৯১৩	৮৩৫২১	২	৪	৮	১৬

২১	৪৪১	৯২৬১	১৯৪৪৮১	৬	৩৬	২১৬	১২৯৬
২৪	৫৭৬	১৩৮২২৪	৩৩১৭৭৬	৯	৮১	৭২৯	৬৫৬১
১০৫	১৮৬৩	৩৬১৯৫	৭৪০২১১	০	২৮৮	-৩৯০	২০৪৩৬

এখন অশোধিত পরিঘাতসমূহ

$$\mu'_1 = \frac{\sum_{i=1}^{n} x1}{n} = \frac{105}{7} = ১৫.০০০$$

$$\mu'_2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2}{n} = \frac{1863}{7} = ২৬৬.১৪৩$$

$$\mu'_3 = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^3}{n} = \frac{361}{7} = ৫১৭০.৭১৪$$

$$\mu'_4 = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^4}{n} = \frac{740211}{7} = ১০৫৭৪৪.৪২৯$$

কেন্দ্রীয় পরিঘাতসমূহ

$$\mu_1 = ০$$

$$\mu_2 = \frac{\sum_{i=১}^{n} \left(x_১ - \bar{x}\right)^{২}}{n} = \frac{288}{7} = ৪১.১৪৩$$

$$\mu_3 = \frac{\sum_{i=১}^{n} \left(x_১ - \bar{x}\right)^{৩}}{n} = \frac{-390}{7} = -৫৫.৭১৪$$

$$\mu_4 = \frac{\sum_{i=১}^{n} \left(x_১ - \bar{x}\right)^{৪}}{n} = \frac{20436}{7} = ২৯১৯.৪২৮$$

অন্যভাবে,

$\mu_2 = \mu'_2 - \mu'^2_1$

= ২৬৬.১৪৩ - ১৫২

= ২৬৬.১৪৩ - ২২৫

= ৪১.১৪৩

$\mu_3 = \mu'_3 - ৩\mu'_2\mu'_1 + ২\mu'^3_1$

= ৫১৭০.৭১৪ - ৩ × ২৬৬.১৪৩ × ১৫ + ২ × ১৫৩

= ৫১৭০.৭১৪-১১৯৭৬.৪৩৫+৬৭৫০.০০

= -৫৫.৭১৪

$\mu_4 = \mu'_4 - ৪\mu'_3\mu'^2_1 + ৬\mu'_2\mu'^2_1\ ৩\mu'^4_1$

= ১০৫৭৪৪.৪২৯ - ৪×৫১৭০.৭১৪×১৫+৬×২৬৬.১৪৩×১৫২-৩×১৫৪

μ_4= ২৯১৯.৪২৮

নিজে করুন (Activity): ৮, ১৬, ২৪, ৩২, ৪০, ৪৮ এই তথ্য মান সমূহের (১) অশোধিত পরিঘাত ও (২) কেন্দ্রিয় পরিঘাত নির্ণয় করুন।

সারসংক্ষেপ ঃ

শ্রেনীতে গণসংখ্যা নিবেশনের ক্ষেত্রে পরিঘাত নির্নয়ের সময় শ্রেনীর মানগুলোকে ঐ শ্রেনীর মধ্যমানের সমান অনুমান করা হয়।

পাঠোত্তর মূল্যায়ন ৭.২

সঠিক উত্তরের পাশে টিক (√) চিহ্ন দিন।

১। সাধারণত কয়টি পরিঘাত ব্যবহৃত হয়?

(ক) ২টি (খ) ৩টি

(গ) ৫টি (ঘ) ৪টি

২। ত্রুটিমুক্ত μ_2এর সূত্র কোনটি?

(ক) $\mu_2 + \frac{d2}{12}$ (খ) $\mu_2 - \frac{d2}{12}$

(গ) $\mu_2 + \frac{d}{12}$ (ঘ) $\mu \quad - \frac{d}{12}$

৩। ত্রুটিমুক্ত μ_4এর সূত্র কোনটি?

(ক) $\mu_4 - \frac{m_2 d^2}{12}$ (খ) $\mu_4 - \frac{m_2 d^2}{2} + \frac{7}{240} d^8$

(গ) $\mu_4 + \frac{m_2 d^2}{2} - \frac{7}{240} d^8$ (ঘ) কোনটিই নয়।

সত্য/মিথ্যা নির্নয় ঃ

৪। W. F Seffered পরিঘাতের ক্ষেত্রে সংশোধন সূত্র উল্লেখ করেন।

৫। ত্রুটি মুক্ত $\mu_2 = \mu_2 - \frac{d2}{12}$; d = শ্রেনী ব্যবধান

শুন্যস্থান পূরণ ঃ

৬। ত্রুটি মুক্তি μ_4= --------------------

৭। কেন্দ্রীয় পরিঘাত মূল বিন্দুর উপর -----------

বাক্য মিলানো ঃ

৮। বিজোর সংখ্যার পরিঘাতের ক্ষেত্রে	ক) মাপনীর উপর নির্ভরশীল
৯। কেন্দ্রীয় পরিঘাত সমূহ	খ) ত্রুটি সংশোধন প্রয়োজন হয় না।

পাঠ-৭.৩ বঙ্কিমতা ও এর প্রকারভেদ (Skewness and Types of Skewness)

ভূমিকা

বঙ্কিমতা ও এর প্রকারভেদ সম্পর্কে আলোচনা করা হল:

এই পাঠ শেষে আপনি–

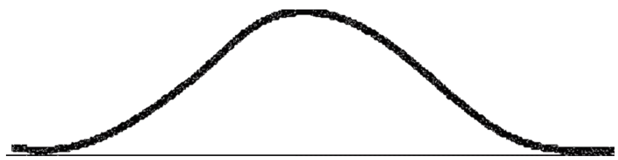
- বঙ্কিমতা সম্বন্ধে বলতে পারবেন;
- বঙ্কিমতার প্রকারভেদ সম্বন্ধে ব্যাখ্যা করতে পারবেন।

বঙ্কিমতা (Skewness)

পূর্বের ইউনিটে আমরা গণসংখ্যা নিবেশনের কেন্দ্রীয় প্রবণতা ও বিস্তার সম্পর্কে আলোচনা করেছি এবং এগুলো কিভাবে পরিমাপ করা যায় বর্ণনা করেছি। শুধু কেন্দ্রীয় প্রবণতা এবং বিস্তারই কোন গণসংখ্যা নিবেশনের প্রকৃত বৈশিষ্ট্য বা চরিত্র তুলে ধরে তেমনি বঙ্কিমতাও কোন নিবেশনের বৈশিষ্ট্য বা চরিত্র সম্পর্কে জানতে সাহায্য করে।

দুই বা ততোধিক গণসংখ্যা নিবেশনের কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপ (গড়) যদি সমান হয় তবে তাদের বিস্তার পরিমাপ (পরিমিত ব্যবধান) এর মাধ্যমে এদের তুলনা করা হয়। আবার যদি দুটি গণসংখ্যা নিবেশনের গড় এবং বিস্তার পরিমাপ দুটোই সমান হয় তবে সেক্ষেত্রে এদের বঙ্কিমতা পরিমাপের দ্বারা তুলনা করা যায়।

কোন গণসংখ্যা নিবেশনের বঙ্কিমতা বলতে বোঝায় ইহা একটি সুষম নিবেশন (Symmetrical distribution) থেকে কতটা এবং কিভাবে বঙ্কিম। পরিমিত নিবেশন (Normal distribution) একটি সুষম নিবেশন বা বিন্যাস যার গড়, প্রচুরক এবং মধ্যমা সমান এবং এগুলো একই বিন্দুতে থাকে। ক চিত্রে একটি সুষম নিবেশনের চিত্র দেখান হল।

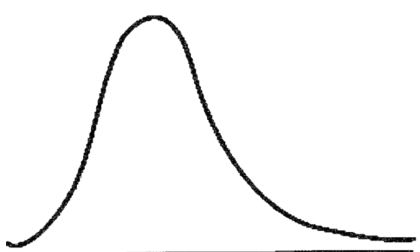


চিত্র: ক

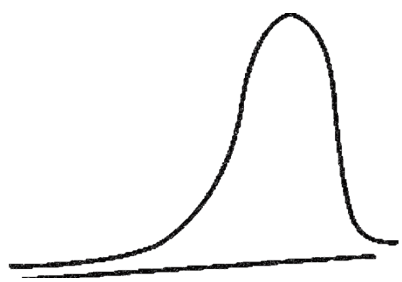
কোন নিবেশনের সুষম অবস্থা থেকে বিচ্যুতি মাত্রাই হল নিবেশনটির বঙ্কিমতা। নিবেশনের বঙ্কিমতা বলতে বুঝায় ঐ নিবেশনের রেখা সুষম রেখার তুলনায় হয় ডানে অথবা বামে কতটুকু ঝুঁকে আছে।

যদি গণসংখ্যা নিবেশনের রেখার লেজ ডান দিকে বেশি হয় তাকে ডানদিকে বঙ্কিম বা ধনাত্মক বঙ্কিম (Positively Skewed) বলা হয়। চিত্র-খ তে দেখান হল।

আবার যদি গণসংখ্যা নিবেশনের রেখার লেজ বাম দিকে বেশি লম্বা হয় তবে তাকে বামদিকে বঙ্কিম বা ঋনাত্মক বঙ্কিম (Negetively Skewed) বলা হয়। চিত্র-গ তে দেখান হল।



চিত্র-খ, ধনাত্মক বঙ্কিম বিন্যাস



চিত্র-গ, ঋনাত্মক বঙ্কিম বিন্যাস

বঙ্কিমতা পরীক্ষা ঃ

নিম্নলিখিত উপায়ে কোন গণসংখ্যা নিবেশনের বঙ্কিমতা পরীক্ষা করা যায়।

(ক) যখন গড়, প্রচুরক এবং মধ্যমার মান এক হয় না।

(খ) যখন তথ্যসমূহ ছক কাগজে প্লট করা হয় তখন তারা সুষম রেখা দিবে না অর্থাৎ রেখার কেন্দ্র থেকে দু'ভাগ করলে প্রতিটি ভাগ সমান হবে না।

(গ) মধ্যমা থেকে তথ্যসমূহের ধনাত্মক বিচ্যুতির সমষ্টি ঋনাত্মক বিচ্যুতির সমষ্টির সমান হবে না।

(ঘ) মধ্যমা থেকে চতুর্থকসমূহ একই দূরত্বে থাকবে না।

সারসংক্ষেপ ঃ

কোন নিবেশনের সুষম অবস্থা থেকে বিচ্যুতির মাত্রাই হল নিবেশনটির বঙ্কিমতা।

পাঠোত্তর মূল্যায়ন-৭.৩

সঠিক উত্তরের পাশে টিক (√) চিহ্ন দিন।

১। একটি সুষম নিবেশন কেমন হয়?

(ক) গড় = মধ্যমা = প্রচুরক　　(খ) গড়+মধ্যমা = প্রচুরক

(গ) গড় - প্রচুরক = মধ্যমা　　(ঘ) কোনটিই নয়।

২। নিবেশন রেখার লেজ ডান দিকে লম্বা হলে তাকে কি বলে?

(ক) ঋনাত্মক বঙ্কিম　　(খ) ধনাত্মক বঙ্কিম

(গ) উভয়ই　　(ঘ) কোনটিই নয়।

৩। নিবেশন রেখার লেজ বাম দিকে লম্বা হলে তাকে কি বলে?

(ক) ধনাত্মক বঙ্কিম　　(খ) ঋনাত্মক বঙ্কিম

(গ) উভয়ই　　(ঘ) কোনটিই নয়।

সত্য/মিথ্যা নির্নয় ঃ

৪। নিবেশন রেখার লেজ বাম দিকে লম্বা হলে তাকে বলা হয় ঋনাত্মক বঙ্কিমতা।

শুন্যস্থান পূরন ঃ

৫। যদি গণসংখ্যা নিবেশনের রেখার ডান দিকে বেশী হয় তাকে বলা হয় -------।

বাক্য মিলানো ঃ

৬। পরিমিত নিবেশন একটি সুষম নিবেশন যার	ক) নিবেশনটির বঙ্কিমমতা
৭। কোন নিবেশনের সুষম অবস্থা থেকে বিচ্যুতির মাত্রাই হল	খ) গড়, প্রচুরক এবং মধ্যমা সমান

পাঠ-৭.৪ বিভিন্ন প্রকার বঙ্কিমতার পরিমাপ (Measures of Skewness)

ভূমিকা

বিভিন্ন প্রকার বঙ্কিমতার পরিমাপ সম্পর্কে আলোচনা কর হল:

এ পাঠ শেষে আপনি–

- বঙ্কিমতার পরিমাপ নির্ণয় করতে পারবেন;
- বিভিন্ন প্রকার বঙ্কিমতার পরিমাপ সম্পর্কে ধারণা করতে পারবেন;
- ভাল বঙ্কিমতা পরিমাপের ধর্ম সম্পর্কে বলতে পারবেন।

বঙ্কিমতা পরিমাপ ঃ

বঙ্কিমতার কয়েকটি পরিমাপক রয়েছে। এই পরিমাপকগুলো আবার পরম (absolute) এবং আপেক্ষিক এ দু'ভাগে ভাগ হতে পারে।

বঙ্কিমতার পরম পরিমাপ (Absolute Measure of Skewness) ঃ আমরা জানি একটি সুষম বিন্যাসে গড়, প্রচুরক এবং মধ্যমা একই বিন্দুতে থাকে কিন্তু একটি বঙ্কিম বিন্যাসে গড়, প্রচুরক এবং মধ্যমা এক বিন্দুতে থাকে না। গড় এবং প্রচুরকের মধ্যে ব্যবধানের পরিমাপই বঙ্কিমতার পরম পরিমাপক হিসেবে ব্যবহৃত হয়। অর্থাৎ পরম বঙ্কিমতা S_k = গড় - প্রচুরক।

যদি গাণিতিক গড়ের মান প্রচুরকের মানের চেয়ে বড় হয় তবে ধনাত্মক বঙ্কিমতা হবে আবার যদি গাণিতিক গড়ের ফল প্রচুরকের চেয়ে ছোট হয় তবে ঋনাত্মক বঙ্কিমতা হবে। এই পরিমাপসমূহ নির্দেশ করে যে একটি সুষম নিবেশনের বঙ্কিমতা শূন্য এবং যদি গড় - প্রচুরক > ০ হয় তবে ধনাত্মক বঙ্কিম

গড় - প্রচুরক < ০ হয় তবে ঋনাত্মক বঙ্কিম।

বঙ্কিমতার আপেক্ষিক পরিমাপ (Relative measures of Skewness)

বঙ্কিমতা পরিমাপের জন্য সাধারনত তিন ধরনের আপেক্ষিক পরিমাপ ব্যবহৃত হয়। যেমন−

(১) কার্ল পেয়ারসনের বঙ্কিমতা পরিমাপ

(২) বাউলির বঙ্কিমতা পরিমাপ

(৩) পরিঘাত ভিত্তিক বঙ্কিমতা পরিমাপ।

(১) কার্ল পেয়ারসন (১৮৫৭-১৯৩৬) নামক একজন ব্রিটিশ পরিসংখ্যানবিদ বঙ্কিমতা পরিমাপের জন্য নিম্নের সূত্র তৈরি করেন−

বঙ্কিমতাংক = $\frac{\text{MvwYwZK Mo – cÖPyiK}}{\text{cwiwgZ e¨eavb}}$

$S_{kp} = \frac{x - Mo}{s}$

S_{kp} এর মান - ১ থেকে +১ এর মধ্যে থাকে।

এখানে S_{kp} = ০ হলে সুষম নিবেশন হবে অর্থাৎ বঙ্কিমতা শূন্য।

S_{kp}>০ হলে ধনাত্মক বঙ্কিম

S_{kp}<০ হলে ঋনাত্মক বঙ্কিম

(২) চলকের তথ্যমানসমূহের বা কোন গণসংখ্যা নিবেশনের চতুর্থক এর উপর ভিত্তি করে অধ্যাপক বাউলী বঙ্কিমতা নির্ণয়ের জন্য আরও একটি পরিমাপ প্রস্তুত করেন। বাউলীর বঙ্কিমতা পরিমাপের সূত্র হল−

বঙ্কিমতাংক = **Error!**

$S_{kp} = \frac{Q3 + Q1 - 2M}{Q3 - Q1}$

এখানে S_{kp} = বাউলীর বঙ্কিমতা পরিমাপ

$Q_১$ = প্রথম চতুর্থক

$Q_৩$ = ৩য় চতুর্থক

M = মধ্যমা।

S_{kp} এর মান ±১ এর মধ্যে থাকে।

(৩) পরিঘাত ভিত্তিক বঙ্কিমতার পরিমাপ

চলকের তথ্যমানসমূহের বা কোন গণসংখ্যা নিবেশনের ২য় এবং ৩য় পরিঘাতের সাহায্যে ঐ নিবেশনের বঙ্কিমতার পরিমাপ করা যায়। β_1 কে বঙ্কিমতার আপেক্ষিক পরিমাপ হিসেবে চিহ্নিত করা হয় এবং এর সূত্র হল−

$$\beta_1 = \frac{m_3^2}{m_2^3}$$

যদি β_1=০ হয় তবে নিবেশনটি প্রতিক্ষণ হবে। সাধারণত বঙ্কিমতা পরিমাপের জন্য–

$$r_1 = \sqrt{b_1} = \sqrt{\frac{m_3^2}{m_2^3}} = \frac{m_3}{m_2\sqrt{m_2}}$$ ব্যবহৃত হয়।

যদি $r_1 = ০$ হয় তবে সুষম নিবেশন হবে।

যদি $r_1 > ০$ হয় তবে ধনাত্মক বঙ্কিম।

$r_1 < ০$ হয় তবে ঋনাত্মক বঙ্কিম।

উদাহরণ-১

পাঠ-৭.২ এ উদাহরণ-১ এ বর্ণিত তথ্যমান সমূহের বঙ্কিমতা পরিমাপ নির্ণয় করুন।

সমাধান ঃ তথ্যমানসমূহকে মানের উর্ধ্বক্রমানুসারে সাজালে হয়–

৫, ৮, ১২, ১৭, ১৮, ২১, ২৪

এখানে গাণিতিক গড় = $\bar{x} = \frac{105}{7}$ = ১৫

মধ্যমা $= \frac{n+1}{2}$ তম $= \frac{7+1}{2}$ = ৪র্থ তম রাশির মান

= ১৭

পরিমিত ব্যবধান $=\sqrt{‡ f vsK} = \sqrt{m_2} = \sqrt{41.143}$ = ৬.৪১৪

১ম চতুর্থক $Q_১ = \frac{n+1}{4}$ তম $= \frac{7+1}{4}$ তম = ২য় রাশির মান

৩য় চতুর্থক $Q_৩$ = **Error!**= ৬তম

৩য় পরিঘাত μ_3= -৫৫.৭১৪

$\therefore$ বাউলীর বঙ্কিমতাংক $= \frac{Q3 + Q1 - 2M}{Q3 - Q1}$

$= \frac{21 + 8 - 2\square 17}{21 - 8}$

$= \frac{-5}{13}$

= –০.৩৮৫ ঋনাত্মক বঙ্কিম।

আবার, পরিঘাত ভিত্তিক বঙ্কিমতাংক $r_1 = \frac{m_3}{m_2\sqrt{m_2}}$

$= \frac{55.714}{41.143 * \sqrt{41.143}}$

$= \frac{-55.714}{263.903}$

$= -০২১১$

নিজে করুন (Activity): ৮, ১৬, ২৪, ৩২, ৪০, ৪৮ এই তথ্য মান সমূহের (১) অশোধিত পরিঘাত ও (২) কেন্দ্রিয় পরিঘাত নির্ণয় করুন।

সারসংক্ষেপ ঃ

একটি সুষম বিন্যাসের গড়, প্রচুরক এবং মধ্যমা একই বিন্দুতে থাকে। কিন্তু একটি বঙ্কিম বিন্যাসের গড়, প্রচুরক এবং মধ্যমা একই বিন্দুতে থাকে না।

পাঠোত্তর মূল্যায়ন ঃ ৭.৪

সঠিক উত্তরের পাশে টিক (√) চিহ্ন দিন।

১। বঙ্কিমতার পরিমাপ কতভাবে করা যেতে পারে?

(ক) ২ (খ) ৩

(গ) ৪ (ঘ) ১

২। বাউলীর বঙ্কিমতা পরিমাপের সূত্র কোনটি?

(ক) $\frac{Q3-Q1-2M}{Q3+Q1}$ (খ) $\frac{Q3+Q1-2M}{Q3-Q1}$

(গ) $\frac{Q3+Q1-2M}{Q3+Q1}$ (ঘ) কোনটিই নয়।

৩। কার্ল পেয়ারসনের বঙ্কিমতা পরিমাপের সূত্র কোনটি?

(ক) $\frac{x - mo}{s}$ (খ) $\frac{x + mo}{s}$

(গ) $\sqrt{\frac{x - mo}{s}}$ (ঘ) $\sqrt{\frac{x + mo}{s}}$

৪। পরিঘাত ভিত্তিক বঙ্কিমতা পরিমাপক কোনটি?

(ক) $\frac{m_3^2}{m_2^3}$ (খ) $\frac{m_3}{m_2\sqrt{m_2}}$

(গ) $\frac{m_3}{m_2}$ (ঘ) কোনটিই নয়।

সত্য/মিথ্যা নির্নয় ঃ

৫। বঙ্কিমতা S_{kp} = গড় + প্রচুরক

৬। গড় - প্রচুরক > ০ হলে বঙ্কিমতার পরিমাপ হবে ধনাত্মক বঙ্কিম

শুন্যস্থান পূরণ ঃ

৭। গড় - প্রচুরক < ০ হল বঙ্কিমতা হবে -----------------

বাক্য মিলানো ঃ

৮। কার্ল পিয়ারসনের বঙ্কিমতাংক।	ক) $\frac{m_3^2}{m_2^3}$
	খ) = **Error!**
৯। বঙ্কিমতার আপেক্ষিক পরিমাপ, β_1	গ) = $\frac{\text{MvwYwZK Mo - cÖPyiK}}{\text{cwiwgZ e¨eavb}}$
১০। অধ্যাপক বাউলির বঙ্কিমতাংক	

পাঠ-৭.৫ সূচলতা (Measures of Kurtosis)

ভূমিকা: সূচলতা সম্পর্কে এ পাঠে বিস্তারিত আলোচনা করা হল:

এই পাঠ শেষে আপনি–

- সূচলতা সম্পর্কে ধারনা করতে পারবেন;
- সূচলতার প্রকারভেদ সম্পর্কে বলতে পারবেন;
- বিভিন্ন প্রকার সূচলতার পরিমাপ করতে পারবেন।

সূচলতা (Kurtosis)

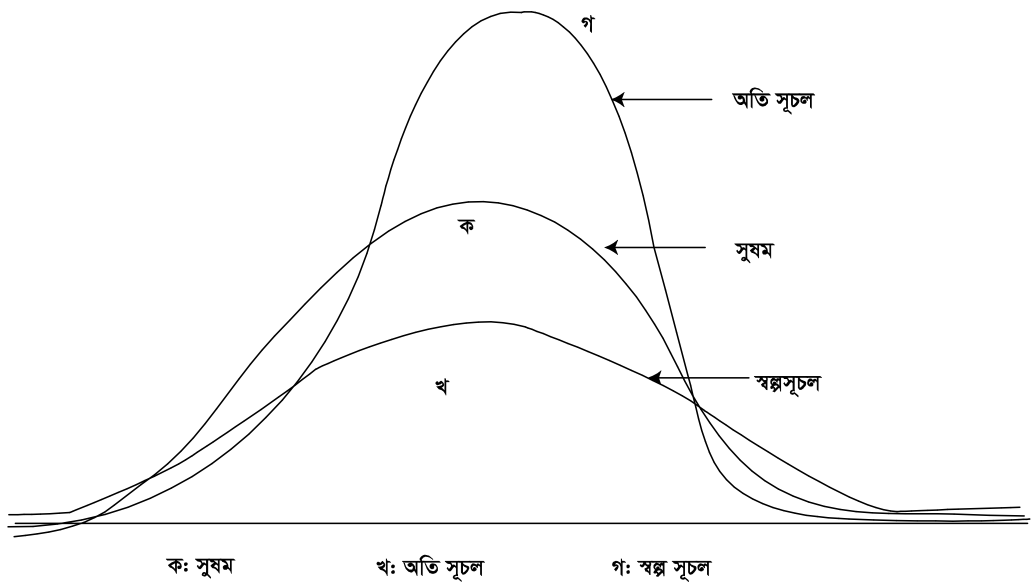
পূর্বের পাঠে আমরা জেনেছি যে কোন গণসংখ্যা নিবেশনের রেখা একটি সুষম রেখার চাইতে ডানে অথবা বামে ঝুঁকে থাকলে বঙ্কিমতা নির্দেশ করে। গণসংখ্যা নিবেশন রেখার আর একটি বৈশিষ্ট্য হল এটা একটি সুষম রেখার তুলনায় বেশি অথবা কম সূচল হতে পারে। সুতরাং সূচলতা তিন প্রকার হতে পারে। যেমন– মধ্যমসূচক (mesokurtic), অতিসূচক (Platykurtic) এবং স্বল্পসূচক (Leptokurtic).

(ক) মধ্যসূচল ঃ এক্ষেত্রে সূচলতার মাত্রা স্বাভাবিক বা সুষম রেখার সমতুল্য।

(খ) অতিসূচল ঃ এক্ষেত্রে কোন গণসংখ্যা নিবেশনের সূচলতায় মাত্রা সুষম রেখা অপেক্ষা অধিক সূচল।

(গ) স্বল্পসূচল ঃ এক্ষেত্রে কোন গণসংখ্যা নিবেশনের সূচলতার মাত্রা সুষম রেখা অপেক্ষা কম সূচল।

নিচের চিত্রে (চিত্র-৭.৫) একই গড় এবং একই ভেদাংক সম্পন্ন তিনটি রেখা ক, খ এবং গ দেখানো হল যাদের সূচলতা এক রকম নয়।



চিত্র ৭.৫

চিত্রে ক রেখাটি সুষম রেখা এবং ইহা সমসূচল বা মধ্যসূচল রেখা। গ-রেখাটি সুষম রেখা ক অপেক্ষা অধিক সূচল সুতরাং এটি অতি সূচল রেখা। খ-রেখাটি স্বল্পসূচল রেখা কারণ এটি সুষম রেখা অপেক্ষা কম সূচল। সুতরাং দেখা যাচ্ছে যে, গণসংখ্যা নিবেশন সমূহের রেখা তিনটির একই গড় এবং একই ভেদাংক থাকা সত্বেও রেখাগুলোর সমতলতা বা সূচলতা এক নয়।

সূচলতার পরিমাপ (Measure of Kurtosis)

২য় এবং ৪র্থ পরিঘাতের উপর ভিত্তি করে সূচলতা পরিমাপের জন্য নিম্নলিখিত সূত্র ব্যবহার করা হয়।

$\beta_2 = \frac{m_4}{m_2^2}$

এখানে, μ_4= ৪র্থ কেন্দ্রীয় পরিঘাত

μ_2= ২য় কেন্দ্রীয় পরিঘাত

সুষম রেখার জন্য β_2এর মান হয় ৩। যখন β_2এর মান ৩ এর চেয়ে বড় তখন রেখাটি সুষম রেখার চেয়ে অধিক সূচল অর্থাৎ রেখাটি অতিসূচল। আবার β_2এর মান ৩ এর চেয়ে কম হলে রেখাটি সুষম রেখার চেয়ে কম সূচল অর্থাৎ রেখাটি স্বল্পসূচল। β_2এর মান ৩ হলে রেখাটি মধ্যসূচল এবং ইহা সুষম রেখার সমতুল্য।

উদাহরণ-১

পাঠ-৭.২ এ বর্ণিত উদাহরণ-১ এ বর্ণিত তথ্যমানসমূহের সূচলতা নির্ণয় করুন।

সমাধান ঃ

সূচলতার পরিমাণ

$\beta_2 = \frac{m_4}{m_2}$

এখানে, μ_4= ৪র্থ পরিঘাত = ২৯১৯.৪২৮

μ_2= ২য় পরিঘাত = ৪১.১৪৩

অতএব, β_2 = **Error!**

$= \frac{2919.428}{1692.746}$

= ১.৭২৫

এখানে দেখা যায় β_2-এর মান ৩ এর চেয়ে কম।

সুতরাং এটা স্বল্পসূচল নির্দেশ করে।

উদাহরণ-২ঃ নিম্নে প্রদত্ত গণসংখ্যা নিবেশন থেকে (ক) বঙ্কিমতা পরিমাপ (খ) সূচলতার পরিমাপ নির্ণয় করুন।

শ্রেণী	০-১০	১০-২০	২০-৩০	৩০-৪০	৪০-৫০	৫০-৬০	৬০-৭০
গণসংখ্যা	৩	১৪	১৭	৩২	১৫	৭	২

সমাধান ঃ বঙ্কিমতা ও সূচলতা নির্ণয়

শ্রেণী	মধ্যমান x_i	গণসংখ্যা fi	$f$xi	$f_i x_i^2$	$f_i x_i^3$	$f_i x_i^4$
০-১০	৫	৩	১৫	৭৫	৩৭৫	১৮৭৫
১০-২০	১৫	১৪	২১০	৩১৫০	৪৭২৫০	৭০৮৭৫০
২০-৩০	২৫	১৭	৪২৫	১০৬২৫	২৬৫৬২৫	৬৬৪০৬২৫
৩০-৪০	৩৫	৩২	১১২০	৩৯২০০	১৩৭২০০০	৪৮০২০০০০
৪০-৫০	৪৫	১৫	৬৭৫	৩০৩৭৫	১৩৬৬৮৭৫	৬১৫০৯৩৭৫
৫০-৬০	৫৫	৭	৩৮৫	২১১৭৫	১১৬৪৬২৫	৬৪০৫৪৩৭৫
60-70	65	2	130	8450	549250	35701250
		n=Σfi=৯০	$f$xi =২৯৬০	$f_i x_i^2$ =১১৩০৮০	$f_i x_i^3$ = ৪৭৬৬০০০	$f_i x_i^4$ = ২১৬৬৩৬২৫০

এখন, $\frac{1}{n}\Sigma f_i x_i = \frac{1}{90}\times$ ২৯৬০

$\mu'_2 = \frac{1}{n}\Sigma f_i x_i^2$

$= \frac{1}{90}\times$ ১১৩০৫০

= ১২৫৬.১১১

$\mu'_3 = \frac{1}{n}\Sigma f_i x_i^3$

$= \frac{1}{90}\times$ ৪৭৬৬০০০

= ৫২৯৫৫.৫৫৬

$\mu'_4 = \frac{1}{n}\Sigma f_i x_1^4$

$= \frac{1}{90} \times$ ২১৬৬৩৬২৫০

= ২৪০৭০৬৯.৪৪৪

কেন্দ্রীয় পরিঘাত

$\mu_1 =$ ০

$\mu_2 = \mu'_2 - \mu'^2_1$

= ১২৫৬.১১১ – (৩২.৮৮৯)^{২}

= ১৭৪.৪২৫

$\mu_3 = \mu'_3 -$ ৩$\mu'_2 \mu'_1 +$ ২μ'^3_1

= ৫২৯৫৫.৫৫৬ – ৩×১২৫৬.১১১×৩২,৮৮৯+২(৩২.৮৮৯)^{২}

= ৫২৯৫৫.৫৫৬ – ১২৩৯৩৬.৭০৪ + ১০৮১.৬৮৬

= –৬৯৮৯৯.৪৬২

$\mu_4 = \mu'_4 -$ ৪$\mu'_3 \mu'_1 +$ ৬$\mu'_2 \mu'^2_1 -$ ৩μ'^4_1

=২৪০৭০৬৯.৪৪৪–৪×৫২৯৫৫.৫৫৬×৩২,৮৮৯+৬×১২৫৬.১১১(৩২,৮৮৯)^{২}–৩(৩২.৮৮৯)^{৪}

= ২৪০৭০৬৯.৪৪৪–৬৯৬৬২১.১২৫+৮১৫২৩০৮.৫১৮–৩৫১০১৩৫.৮৯১

= ৮২৬২০.৯৪৬

অতএব, $\beta_1 = \frac{m_3^2}{m_2^3}$

$r_1 = \sqrt{b_1} = \frac{m_3}{m_2\sqrt{m_2}}$

$= \frac{69899.462}{1256.111 \times \sqrt{1256.111}}$

$r_1 =$ –১.৫৭০

এবং $\beta_2 = \frac{m_4}{m_2^2}$

= Error!

$\beta_2 =$ ০.০৫২৪

সারসংক্ষেপ ঃ

***গণসংখ্যা** নিবেশনের আর একটি বৈশিষ্ট্য হল একটি সুষম রেখার তুলনায় কম বা বেশী সূচল এই সুচল বৈশিষ্ট্যকে সুচলতা বলে।*

পাঠোত্তর মূল্যায়ন-৭.৫

সঠিক উত্তরের পাশে টিক (√) চিহ্ন দিন।

১। সূচলতা কত প্রকার?

(ক) ২ (খ) ৩

(গ) ৫ (ঘ) ৪।

২। সূচলতার পরিমাপ β_2=কত?

(ক) $\beta_২=0$ (খ) $\beta_২= 3+0$

(গ) $\beta_2=$ **Error!**

৩। পরিমিত ব্যবধানের ক্ষেত্রে সংখ্যামান থেকে গড়ের ব্যবধানসমূহের মান কেমন নেয়া হয়?

(ক) অশোধিত পরিঘাত (খ) ২য় শোধিত পরিঘাত

(গ) গড় (ঘ) প্রচুরক।

৪। সূষম রেখার জন্য B_2 এর মান কত হবে।

(ক) ৩ (খ) ১.৫

(গ) +৯i (ঘ) -৯i।

সত্য/মিথ্যা নির্নয় ঃ

৫। $\beta_2= \frac{m_1^2}{m_2}$

৬। β_2এর মান ৩ হলে রেখাটি মধ্যসূচল।

শুন্যস্থান পূরন ঃ

৭। ----------- ----------- জন্য β_2এর মান ৩

৮। β_2এর মান ৩ এর বেশী হলে রেখাটি ------------- ।

বাক্য মিলানো ঃ

৯। মধ্যসূচলার ক্ষেত্রে সূচলতার মাত্রা	ক) মধ্যসূচল, অতিসূচল এবং স্বল্প সূচল
১০। সূচলতা তিন প্রকার	খ) স্বাভাবিক বা সুষম রেখায় সামতুল্য

চূড়ান্ত মূল্যায়ন-৭

রচনামূলক প্রশ্ন:

১। পরিঘাতের সংজ্ঞা লিখুন: ২য় ও ৪র্থ কেন্দ্রিয় পরিঘাত কিভাবে নির্ণয় করা যায়? লিখুন।

২। পরিঘাতের সংশোধনী কে প্রবর্তন করেন। পরিঘাতের উপর মূল ও স্কেলের প্রভাব কিভাবে নির্ণয় করবেন, লিখুন।

৩। বঙ্কিমতার সংজ্ঞা লিখুন? বঙ্কিমতার পরিমাপগুলো বর্ণনা করুন।

৪। বঙ্কিমতার পরম পরিমাপ সম্পর্কে লিখুন। কার্ল পিয়ারসনের বঙ্কিমতার পরিমাপ পদ্ধতি বর্ণনা করুন।

৫। সূচলতার সংজ্ঞা লিখুন। কেন্দ্রিয় পরিঘাত ব্যবহার করে সুচলতা নির্ণয় পদ্ধতি আলোচনা করুন।

৬। বঙ্কিমতা ও সূচলতার পার্থক্যগুলি লিখুন। ব্যাখ্যা করুন যখন-

ক) $B_2 = ৩$

খ) $B_2=৩+০$; ০ যে কোন ধনাত্মক সংখ্যা

গ) $B_2= ৩-০$; ০ যে কোন ধনাত্মক সংখ্যা

উত্তর মালা

পাঠোত্তর মূল্যায়ন ৭.১

১। খ ২। খ ৩। ক ৪। ক ৫। মিথ্যা ৬। সত্য

৭। (i) পরিশোধিত পরিঘাত (ii) অশোধিত পরিঘাত

৮। $\mu_৩ = \mu'_৩ - ৩\mu'_২\mu'_১ + ২\mu'^{2}_{1}$

৯। $\mu_৪ = \mu'_4 - ৪\mu'_3\mu'_1 + ৬\mu'_2\mu'^{2}_{1} + ৩\mu'^{4}_{1}$

১০। গ ১১। ক ১২। খ

পাঠোত্তর মূল্যায়ন ৭.২

১। ঘ ২। খ ৩। খ ৪। সত্য ৫। সত্য

৬। $\mu_৪ - \frac{m2d2}{2} + \frac{7}{240} d^৮$ ৭। নির্ভরশীল ৮। খ ৯। ক

পাঠোত্তর মূল্যায়ন ৭.৩

১। ক ২। খ ৩। খ ৪। সত্য ৫। ঋনাত্মক বা কম ৬। খ

৭। ক

পাঠোত্তর মূল্যায়ন ৭.৪

১। ক ২। খ ৩। ক ৪। ক ৫। মিথ্যা ৬। সত্য ৭। ঋনাত্মক

৮। গ ৯। ক ১০। খ

পাঠোত্তর মূল্যায়ন ৭.৫

১। খ ২। গ ৩। খ ৪। খ ৫। মিথ্যা ৬। সত্য

৭। সুষম রেখার ৮। অতি সূচল ৯। খ ১০। ক