

ভূমিকা

কম্পিউটার শিক্ষা জীবনের সকল ক্ষেত্রে গুরুত্বপূর্ণ। তাই কম্পিউটার ও কম্পিউটার গণিত বিষয়ে স্পষ্ট ধারণা থাকতে হবে। আমরা দৈনন্দিন জীবনে হিসাব নিকাশের জন্য দশমিক সংখ্যা ব্যবহার করে থাকি। কম্পিউটার সংশ্লিষ্ট গণনার জন্য বাইনারী বা দ্বিমিক সংখ্যা ব্যবহার করা হয়ে থাকে। কাজেই এই সংখ্যা সম্পর্কে ধারণা লাভ করা অপরিহার্য। একই সাথে দ্বিমিক সংখ্যাকে দশমিকে এবং দশমিক সংখ্যাকে দ্বিমিক সংখ্যায় রূপান্তর করার কৌশলও জানা প্রয়োজন। বাইনারী যোগ, বিয়োগ, গুণ, ভাগ না জানলে কম্পিউটার গণিত বিষয়ে ভাল ধারণা লাভ করা সম্ভবপর নয়। এই সকল বিষয়ে জ্ঞান লাভের ফলে কম্পিউটারের সাহায্যে কোন গাণিতিক সমস্যা সমাধান করা এবং প্রোগ্রাম তৈরির জন্য এলগরিদম রচনাও সহজ হয়। এই ইউনিটে বাইনারী সংখ্যা পদ্ধতি, কম্পিউটার সংশ্লিষ্ট গণনায় বাইনারী সংখ্যা ব্যবহারের নিয়মাবলী এবং সর্বশেষে প্রবাহ চিত্র ও এলগরিদম নিয়ে আলোচনা হয়েছে।

উদ্দেশ্য

এই ইউনিট শেষে আপনি-

- কম্পিউটার, কম্পিউটারের প্রজন্ম এবং কম্পিউটারের ব্যবহারের সম্পর্কে ধারণা লাভ করবেন,
- বাইনারী সংখ্যা সম্পর্কে জানতে পারবেন
- বাইনারী সংখ্যাকে দশমিক এবং দশমিক সংখ্যাকে বাইনারীতে রূপান্তর করতে পারবেন,
- কম্পিউটার সম্পর্কিত গণনা করতে পারবেন,
- স্থির ও ভাসমান সংখ্যার গণনা করতে পারবেন,
- কর্তিত মান ও আসন্ন মান সম্পর্কে জানতে পারবেন,
- আসন্নকরণ জনিত ভুলের মাত্রা নির্ণয় করতে পারবেন,
- এলগরিদম লিখন ও প্রবাহ চিত্র তৈরি করতে পারবেন।

পাঠ-১

কম্পিউটার এবং তার ব্যবহার

উদ্দেশ্য

এই পাঠ শেষে আপনি—

- কম্পিউটার সম্বন্ধে ধারণা লাভ করবেন;
- কম্পিউটারের বিভিন্ন অংশ এবং তাদের ব্যবহার জানতে পারবেন;
- কম্পিউটারের প্রজন্ম সম্বন্ধে জানতে পারবেন;
- কম্পিউটার প্রয়োগ ক্ষেত্রে ও ব্যবহার সম্পর্কে জ্ঞান লাভ করবেন।

কম্পিউটার কি?

যে যন্ত্র বিভিন্ন প্রকারের ডাটা বা তথ্য গ্রহণ করতে পারে, যার মাধ্যমে একগুচ্ছ লজিক অপারেশন বা কমান্ড প্রয়োগ ও সম্পন্ন করা সম্ভব হয় এবং যে যন্ত্র ঐ সকল অপারেশনকে পরবর্তীতে তথ্য বা ডাটা হিসেবে ফলাফল প্রদান করে, এমন একটি ইলেকট্রনিক যন্ত্রই হলো কম্পিউটার। অন্য কথায় ডাটা ধারণ, ডাটার পুনরুদ্ধার, ডাটা ম্যানিপুলেশন ইত্যাদি কার্য সম্পাদন করে এমন ইলেকট্রনিক মেশিনই হল কম্পিউটার। অভিজ্ঞানিক অর্থে কম্পিউটার হল গণনাকারী যন্ত্র।

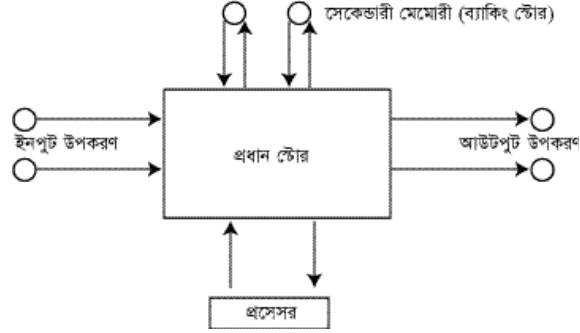
জটিল এবং বেশ বড় আকারের গাণিতিক হিসাব খুব দ্রুত সম্পন্ন করার জন্য কম্পিউটার ব্যবহৃত হয়। কম্পিউটার যোগ, বিয়োগ, গুণ, ভাগ ইত্যাদি গাণিতিক অপারেশনগুলো খুব অল্প সময়ে সম্পন্ন করতে পারে। কম্পিউটার নিজস্ব চিন্তা, বুদ্ধি বা শক্তি দ্বারা নিয়ন্ত্রিত হতে পারে না। মানুষই কম্পিউটারকে নিয়ন্ত্রণ করে। কম্পিউটার প্রোগ্রামার বা কম্পিউটার ব্যবহারকারী প্রদত্ত কমান্ড বা নির্দেশেই কম্পিউটার পরিচালিত হয়। কম্পিউটার দিয়ে মূলত গাণিতিক, যুক্তি ও সিদ্ধান্তমূলক কাজ করা যায়।

যে যন্ত্র বিভিন্ন প্রকারের ডাটা বা তথ্য গ্রহণ করতে পারে, যার মাধ্যমে একগুচ্ছ লজিক অপারেশন বা কমান্ড প্রয়োগ ও সম্পন্ন করা সম্ভব হয় এবং যে যন্ত্র ঐ সকল অপারেশনকে পরবর্তীতে তথ্য বা ডাটা হিসেবে ফলাফল প্রদান করে, এমন একটি ইলেকট্রনিক যন্ত্রই হলো কম্পিউটার।

কম্পিউটারে অপরিহার্য অংশ

কম্পিউটারে অপরিহার্য অংশগুলো : প্রসেসর, মেমোরি এবং কতগুলো ইনপুট ও আউটপুট উপকরণ। প্রসেসর হলো কম্পিউটারের ওয়ার্ক হর্স (Work Horse)। প্রসেসর প্রোগ্রাম দ্বারা নির্দিষ্টকৃত অপারেশনের ক্রমসমূহকে ধারণ করে। প্রতিটি অপারেশনকে প্রসেসর খুব সহজে এবং দ্রুত গতিতে সম্পন্ন করে থাকে। প্রসেসর প্রতি সেকেন্ডে এক মিলিয়নেরও অধিক অপারেশন সম্পন্ন করে। মেমোরি তথ্য বা ডাটা ধারণ করার জন্য ব্যবহৃত হয়। মেমোরি দুই প্রকার— প্রাইমারী বা প্রধান স্টোর এবং সেকেন্ডারী বা ব্যাকিং স্টোর। বাহিরের জগৎ থেকে কম্পিউটারে প্রধান স্টোরে তথ্য পাঠানোর জন্য ইনপুট উপকরণ ব্যবহৃত হয়। ইনপুট উপকরণগুলো হলো মাউস,

কী-বোর্ড, ডিস্ক, স্ক্যানার, ডিজিটাল ক্যামেরা ইত্যাদি। প্রধান স্টোর থেকে বাহ্যিক জগতে তথ্য প্রেরণের জন্য আউটপুট উপকরণ ব্যবহৃত হয়। আউটপুট উপকরণগুলো হলো মনিটর, প্রিন্টার, টাইপরাইটার, ভিজুয়াল ডিসপ্লে, স্পিকার ইত্যাদি।



চিত্র ১৩.১.১ : কম্পিউটার ব্যবস্থাপনা

মোটামুটিভাবে প্রসেসর, মনিটর, কী-বোর্ড সমন্বয়ে একটি মাইক্রো কম্পিউটার গঠিত হয়। এছাড়া কম্পিউটারের সাথে মাউস, প্রিন্টার ইত্যাদি উপকরণ সংযুক্ত করা যায়। চিত্র ১৩.১.১-এ কম্পিউটার ব্যবস্থাপনা দেখানো হয়েছে।

কম্পিউটার প্রজন্ম

উন্নতির ধারাবাহিকতায় এবং সময়ের সাথে সাথে কম্পিউটারের গতি, তথ্য ধারণ ও গণনা করার ক্ষমতা দ্রুত বৃদ্ধি পাচ্ছে। উন্নতির এ ধারাকে কয়েকটি পর্যায়ে ভাগ করা হয়েছে। এ পর্যায় বা ধাপগুলোকে **কম্পিউটার প্রজন্ম** বলা হয়। কম্পিউটার হার্ডওয়্যার ও সফটওয়্যার উপকরণসমূহের পরিবর্তন প্রতিটি ধাপের উল্লেখযোগ্য বিষয়। কম্পিউটার প্রজন্মকে মোটামুটি পাঁচ ভাগে ভাগ করা যেতে পারে। কম্পিউটার প্রজন্মের সংক্ষিপ্ত বিবরণ নিচে দেওয়া হল।

১। প্রথম প্রজন্মের কম্পিউটার : এ ধাপের ব্যাপ্তিকাল ১৯১২ থেকে ১৯৫৯ পর্যন্ত। প্রথম প্রজন্মের কম্পিউটারের সার্কিটে বায়ুশূন্য টিউব ব্যবহৃত হতো। বেশি ভারী এবং বড় আয়তন বিশিষ্ট এ প্রজন্মের কম্পিউটার সীমিত তথ্য ধারণ ক্ষমতা ছিল। এবিসি, এনিয়াক, ইউনিভ্যাক ইত্যাদি এ প্রজন্মের কম্পিউটার।

২। দ্বিতীয় প্রজন্মের কম্পিউটার : ব্যাপ্তিকাল ১৯৫৯ থেকে ১৯৬৫ পর্যন্ত। বায়ুশূন্য টিউবের পরিবর্তে এ প্রজন্মের কম্পিউটার-এ ট্রানজিস্টর ব্যবহৃত হতো। আকারে ছোট হলেও দ্রুততা বৃদ্ধি এবং তথ্য ধারণ ক্ষমতাও বহুগুণ বৃদ্ধি পায়। এ প্রজন্মের কম্পিউটার হতেই চুম্বকীয় কোর মেমোরী এবং উচ্চ গতি সম্পন্ন ইনপুট ও আউটপুট সরঞ্জাম বা উপকরণের ব্যবহার শুরু হয়। IBM 1600, CDC 1604, NCR 300 ইত্যাদি এ প্রজন্মের কম্পিউটার।

৩। তৃতীয় প্রজন্মের কম্পিউটার : এ প্রজন্মের কম্পিউটারের ব্যাপ্তিকাল ১৯৬৫ হতে ১৯৭১ পর্যন্ত। অর্ধপরিবাহী মেমোরী, উন্নত কার্যকারিতা, দ্রুত গতি সম্পন্ন এ কম্পিউটারের বৈশিষ্ট্য। অধিক সংখ্যক প্রবেশ মুখ ও বহির্মুখ বিশিষ্ট, অধিক প্রক্রিয়াকরণ ক্ষমতা, দূরবর্তী অন্য কোন উপকরণের সাথে তথ্য আদান প্রদান ক্ষমতা সম্পন্ন এবং সুর ও শব্দ সৃষ্টির অধিকারী ইত্যাদি এ প্রজন্মের কম্পিউটারের প্রধান বৈশিষ্ট্য। এ প্রজন্মের কম্পিউটার এক সেকেন্ড সময়ে কোন একটি কমান্ড সম্পন্ন করতে পারে। IBM 360, PDP 11 ইত্যাদি এ প্রজন্মের কম্পিউটার।

৪। চতুর্থ প্রজন্মের কম্পিউটার : চতুর্থ প্রজন্মের ব্যাপ্তিকাল ১৯৭১ হতে বর্তমান সময় পর্যন্ত। কম্পিউটার আরও অধিক সংখ্যক প্রবেশমুখ ও বহিঃমুখ বিশিষ্ট এবং প্রসেসিং ক্ষমতাও বেশি। খন্ড খন্ড প্রোগ্রাম এবং প্রোগ্রাম প্যাকেজের ব্যাপক প্রচলন শুরু হয়। মাইক্রোপ্রসেসর ও মাইক্রোকম্পিউটার উদ্ভাবন ও বিস্তার লাভ এ প্রজন্মের

যুগান্তকারী ঘটনা। উপাত্ত সংরক্ষণের জন্য কম্প্যাঙ্ক ডিস্ক বা সিডি-এর অধিক ব্যবহার হয়। IBM PS/2, Apple Macintosh ইত্যাদি এ প্রজন্মের কম্পিউটার।

৫। পঞ্চম প্রজন্মের কম্পিউটার : ভবিষ্যত প্রজন্মের কম্পিউটারকেই পঞ্চম প্রজন্মের কম্পিউটার হিসেবে বুঝানো হয়। তথ্য ধারণ ক্ষমতা অত্যন্ত বেশি হবে এবং তথ্য প্রক্রিয়ার ক্ষমতাও বেশি হবে। কম্পিউটারের নিজস্ব বিবেক-বুদ্ধি থাকবে, শিক্ষা গ্রহণ করার ক্ষমতা থাকবে, কণ্ঠস্বর বুঝতে পারবে এবং সেই নির্দেশ মতো কাজ করবে। অত্যাধুনিক সফটওয়্যার ব্যবহার করে কম্পিউটারসমূহ পরামর্শকের ভূমিকায় অবতীর্ণ হবে।

কম্পিউটারের শ্রেণীবিভাগ

গাণিতিক ভিত্তিতে কম্পিউটারকে তিন ভাগে ভাগ করা হয়। যেমন-

- এনালগ কম্পিউটার
- ডিজিটাল কম্পিউটার
- হাইব্রিড কম্পিউটার।

আকার ও ক্ষমতার ভিত্তিতে কম্পিউটারকে চার ভাগে ভাগ করা যেতে পারে। যথা-

- অতি বৃহৎ কম্পিউটার (সুপার কম্পিউটার)
- বৃহৎ কম্পিউটার (মেইনফ্রেম কম্পিউটার)
- ছোট কম্পিউটার (মিনি কম্পিউটার)
- ক্ষুদ্র কম্পিউটার (মাইক্রো কম্পিউটার)

মাইক্রো কম্পিউটারকে পার্সোনাল কম্পিউটার বা পিসি বলা হয়। অফিস, ব্যবসা প্রতিষ্ঠান, গবেষণা-প্রকাশনার কাজে মূলতঃ এ কম্পিউটার ব্যবহার করা হয়। পিসি IBM 486, IBM Pentium ইত্যাদি কম্পিউটারের ব্যবহার দিন দিন বাড়ছে। সর্বাধুনিক কম্পিউটার হলো ডেস্কটপ, ল্যাপটপ, নোটবুক কম্পিউটার।

কম্পিউটারের ব্যবহার

বিংশ শতাব্দীতে মাইক্রো কম্পিউটারের উদ্ভাবন সামাজিক জীবনে, ব্যবসা ক্ষেত্রে, গবেষণায় বৈপ্লবিক পরিবর্তন সাধন করেছে। আজ জীবনের বিভিন্ন ক্ষেত্রে কম্পিউটারের ব্যবহার ব্যাপক। শিক্ষা, চিকিৎসা, গবেষণা, প্রতিরক্ষা, বিনোদন প্রভৃতি ক্ষেত্রে কম্পিউটারের ব্যবহার উল্লেখযোগ্য।

মাইক্রো কম্পিউটারের ব্যবহারের প্রধান ক্ষেত্রগুলো :

- ব্যবসা-বাণিজ্য
- বিজ্ঞান ও গবেষণা
- চিকিৎসা
- শিক্ষা
- প্রতিরক্ষা
- প্রকাশনা
- যোগাযোগ

- বিনোদন
- শিল্প-কলা।

ব্যবসা-বাণিজ্য : ব্যবসায় কম্পিউটার ব্যবহার দিন দিন বাড়ছে। ব্যাংকিং সিস্টেমে, আর্থিক লেনদেন, অর্থের পরিমাণ নির্ণয়, বেতন প্রদান, আয়-ব্যয় হিসাব নির্ণয়, মাসিক ও বাৎসরিক রিপোর্ট প্রদান ইত্যাদি কম্পিউটারের সাহায্যে নির্ভুল এবং দ্রুততার সাথে সম্পন্ন করা যায়। ক্রেডিট কার্ড সিস্টেম সুবিধা, ইলেকট্রনিক ব্যাংকিং পদ্ধতিতে অর্থ দ্রুত স্থানান্তর ইত্যাদি কম্পিউটার প্রযুক্তির সুফল। ফাইল ব্যবস্থাপনা, ডাটা প্রসেসিং, ই-মেইল সংযোগ ইত্যাদি কাজ সম্পাদন কম্পিউটার ব্যবহারে সহজ হয়েছে।

বিজ্ঞান ও গবেষণা : বিজ্ঞানের প্রতি ক্ষেত্রে কম্পিউটারের ব্যবহার ব্যাপক। আজ কম্পিউটার ব্যবহারের ফলে বিজ্ঞান গবেষণা সহজ হয়েছে। তত্ত্বীয় ও জটিল সব সমস্যা আজ কম্পিউটার ব্যবহারের ফলে অতি সহজে ও দ্রুত সমাধান করা যায়। মহাকাশ গবেষণা, যন্ত্র ও পুরকৌশল বিষয়ক বিভিন্ন ডিজাইন ইত্যাদি কম্পিউটারের সাহায্যে বেশ সফলভাবে সম্পন্ন করা যায়।

চিকিৎসা ক্ষেত্র : চিকিৎসার ক্ষেত্রে কম্পিউটার ব্যবহারের ফলে বৈপ্রবিক পরিবর্তন সাধিত হয়েছে। আজ বিভিন্ন কম্পিউটারাইজড যন্ত্রপাতি উদ্ভাবিত হয়েছে। রোগী মনিটরিং ও ফলোআপ সহজ হয়েছে। ডায়াগনোসিস করাও সহজ হয়েছে।

শিক্ষা : শিক্ষাক্ষেত্রে কম্পিউটার ব্যবহার বহুবিধ। বিজ্ঞান শিক্ষা এবং বিজ্ঞানের ক্ষেত্রে কম্পিউটার ব্যবহার হয়। সিমুলেশন, মডেলিং, ব্যবহারিক বিষয়াদি প্রদর্শন, টিউটোরিয়াল ক্লাস পরিচালনা, ছাত্র-শিক্ষক ইন্টারেকশন ইত্যাদি কম্পিউটারের সাহায্যে খুব সহজে সম্পন্ন করা যায়। এছাড়া পরীক্ষার খাতা মূল্যায়ন, পরীক্ষার ফলাফল প্রক্রিয়াকরণ, কম্পিউটার বেইজড শিক্ষাদান ইত্যাদি কর্মকাণ্ডে কম্পিউটার ব্যবহৃত হচ্ছে।

প্রতিরক্ষা ক্ষেত্র : কম্পিউটার পরিচালিত সমরাস্ত্র তৈরি কম্পিউটার প্রযুক্তি সফল ও স্বার্থক প্রয়োগ। কম্পিউটার প্রতিরক্ষা ব্যবস্থায় শত্রু বিমানের অবস্থান নির্ধারণ, উন্নত অস্ত্র নির্মাণ ইত্যাদিতে কম্পিউটারের ব্যাপক ভূমিকা রয়েছে। মিসাইল প্রযুক্তিতে অত্যন্ত শক্তিশালী সুপার কম্পিউটার ব্যবহৃত হয়।

প্রকাশনা : পত্র-পত্রিকা, বই প্রভৃতি উন্নতমানের প্রকাশনার জন্য আজ কম্পিউটার ব্যবহৃত হচ্ছে। উন্নত কম্পোজ, আকর্ষণীয় প্রচ্ছদ ও ছবি তৈরি করতে কম্পিউটার প্রযুক্তি ব্যবহৃত হচ্ছে। ফলে প্রকাশনা খরচ যেমন বেশ হ্রাস পেয়েছে তেমনি প্রকাশনা সংখ্যাও দিন দিন বাড়ছে।

যোগাযোগ ব্যবস্থা : যোগাযোগের ক্ষেত্রে কম্পিউটার গুরুত্বপূর্ণ ভূমিকা পালন করছে। কম্পিউটার নেটওয়ার্ক-এর মাধ্যমে বিশ্বব্যাপী ছড়িয়ে থাকা জনকুলকে একত্রিত করতে সক্ষম হয়েছে। কম্পিউটার ই-মেইল, ফ্যাক্সের ফলে আন্তর্জাতিক যোগাযোগ সুবিধা বৃদ্ধি পেয়েছে। এ সকল ব্যবস্থার ফলে স্বল্প খরচে, অল্প সময়ে এবং দ্রুত যোগাযোগ সুবিধা পাওয়া সম্ভব হয়েছে।

বিনোদন : বিনোদনের জন্য কম্পিউটার ব্যবহৃত হচ্ছে। সিডিতে গান শোনা, সিনেমা দেখা, বিভিন্ন কম্পিউটার গেম খেলা ইত্যাদি ক্ষেত্রে কম্পিউটার-এর ব্যবহার বেশ উল্লেখযোগ্য। শিল্পকলা যেমন- সঙ্গীত, চিত্রকর্ম প্রভৃতি ক্ষেত্রে কম্পিউটার ব্যবহার করে উন্নতমানের সৃষ্টিকর্ম উদ্ভাবন সম্ভব হচ্ছে। সিডিতে গান শুনে, সিনেমা দেখে এবং বিভিন্ন গেম খেলার মাধ্যমে সকল বয়সের মানুষ সময় কাটাতে পারছে।

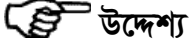
অনুশীলনী-১৩.১

1. কম্পিউটার কি? কম্পিউটার কয়টি অংশ নিয়ে গঠিত?
2. কম্পিউটারের প্রজন্ম সম্বন্ধে আলোচনা করুন।

3. কম্পিউটারের প্রকারভেদ বর্ণনা করুন।
4. কম্পিউটার ব্যবহার সম্বন্ধে বর্ণনা করুন।

পাঠ-২

দ্বিমিক (বাইনারী) সংখ্যা



উদ্দেশ্য

এই পাঠ শেষে আপনি-

- দ্বিমিক সংখ্যা সম্বন্ধে ধারণা লাভ করবেন;
- বিট কি তা বলতে পারবেন।



দ্বিমিক (বাইনারী) সংখ্যা কি?

আমরা দশ ভিত্তিক সংখ্যা পদ্ধতি সম্বন্ধে স্কুলে জেনেছি। সাধারণ গণনায় ডেসিমাল পদ্ধতি অনুসরণ করা হয়। কিন্তু কম্পিউটার সংশ্লিষ্ট গণনায় 2 ভিত্তিক সংখ্যা পদ্ধতি ব্যবহৃত হয়। 2 ভিত্তিক সংখ্যাই হল দ্বিমিক সংখ্যা। 2 ভিত্তিক অংক পাতন পদ্ধতিকে বাইনারী গণনা পদ্ধতি বলে এবং 0 ও 1 অংক দ্বারা সকল গণনা সম্পন্ন করা হয়। কম্পিউটারে গণিতের সংখ্যাগুলো দশমিক সংখ্যা আকারে প্রকাশ না করে দ্বিমিক পদ্ধতিতে সাজানো থাকে। অর্থাৎ পর্যায়ক্রমভাবে 0 ও 1 ভাবে সাজানো থাকে। যে কোন ডেসিমাল সংখ্যাকে 2 এর ডিহ্রিতে প্রকাশ করে পদগুলো যোগ আকারে সাজানো যায়। 0 এবং 1 হল ঐ যোগফলের এক একটি পদের ডিহ্রির পূর্বে অবস্থিত সহগ মাত্র। যেমন 11001011 সংখ্যাটি নিরূপে দ্বিমিক পদ্ধতিতে সাজানো যায়।

$$1.2^7+1.2^6+0.2^5+0.2^4+1.2^3+0.2^2+1.2^1+1.2^0=203 \text{ (সংখ্যা ডেসিমাল পদ্ধতিতে)}$$

দ্বিমিক সংখ্যার সিস্টেমে স্থানীয় মান হলো 2। অর্থাৎ বেস বা মূলের মান 2। যে দ্বিমিক সংখ্যার কোন ভগ্নাংশ হয় না তাকে পূর্ণ দ্বিমিক সংখ্যা বলে।

সাধারণ গণনায় ডেসিমাল পদ্ধতি অনুসরণ করা হয়। কিন্তু কম্পিউটার সংশ্লিষ্ট গণনায় 2 ভিত্তিক সংখ্যা পদ্ধতি ব্যবহৃত হয়। 2 ভিত্তিক সংখ্যাই হল দ্বিমিক সংখ্যা। 2 ভিত্তিক অংক পাতন পদ্ধতিকে বাইনারী গণনা পদ্ধতি বলে এবং 0 ও 1 অংক দ্বারা সকল গণনা সম্পন্ন করা হয়।

বিট কি?

বিট হলো দ্বিমিক অংকের সংক্ষিপ্ত নাম। উপরে যোগফল আকারে প্রকাশিত দ্বিমিক সংখ্যায় মোট আটটি পদ বিদ্যমান। এগুলোকে এক একটি দ্বিমিক বিট বলে। ডেসিমাল সংখ্যাকে দ্বিমিক সংখ্যায় রূপান্তরিত করলে প্রাপ্ত সংখ্যায় যতগুলো পদ বা রাশি অন্তর্ভুক্ত থাকে তাদের এক একটিকে বিট বলা হয়। 0 থেকে 1 প্রত্যেকেই একটি বিট। আটটি বিট সমান এক বাইট। বাইটের সাহায্যে সর্বোচ্চ যত সংখ্যা প্রকাশ করা যায় তার মান

$$2^7+2^6+2^5+2^4+2^3+2^2+2^1+2^0=2^8-1=255$$

সুতরাং বাইটের পর্যায়ক্রমই হলো দ্বিমিক সংখ্যা। কম্পিউটারের মেমোরী পরিমাপের একক হলো বাইট। কম্পিউটারে মেমোরীর আরও একক হলো কিলোবাইট, মেগাবাইট, গিগাবাইট।

$$1 \text{ কিলোবাইট} = 2^{10} \text{ বাইট} = 1024 \text{ বাইট}$$

$$1 \text{ মেগাবাইট} = 1024 \text{ কিলোবাইট}$$

$$1 \text{ গিগাবাইট} = 1024 \text{ মেগাবাইট।}$$

ডেসিমাল সংখ্যাকে দ্বিমিক সংখ্যায় রূপান্তরিত করলে প্রাপ্ত সংখ্যায় যতগুলো পদ বা রাশি অন্তর্ভুক্ত থাকে তাদের এক একটিকে বিট বলা হয়।

দ্বিমিক সংখ্যা 1010তে কতটি বিট হতে পারে?

আসুন আমরা বিট সংখ্যা বের করি।

$$1010=1*2^3+0*2^2+1*2^1+0*2^0$$

উপরের যোগফলে মোট চারটি পদ রয়েছে। সুতরাং মোট বিট সংখ্যা 4।

উদাহরণ : পূর্ণ দ্বিমিক সংখ্যা। অর্থাৎ মূলের ডিগ্রি ধনাত্মক সাইনযুক্ত। যেমন, $2^0, 2^1, 2^2, 2^3, \dots$

উদাহরণ: ভগ্নাংশযুক্ত দ্বিমিক সংখ্যা অর্থাৎ মূলের ডিগ্রি ঋণাত্মক সাইনযুক্ত। যেমন,

$$2^{-1}, 2^{-2}, 2^{-3}, 2^{-4}, \dots$$

উদাহরণ : ডেসিমাল সংখ্যার সমতুল্য দ্বিমিক সংখ্যা ছক আকারে নিচে দেওয়া হলো-

ছক-১

দ্বিমিক মান	ডেসিমাল মান
2^3	8
2^2	4
2^{-1}	0.5
2^{-2}	0.25
2^{-4}	0.0625
2^0	1

ছক-২

দশমিক সংখ্যা	দ্বিমিক সংখ্যা
0	0
1	1
2	10
3	11
4	100
5	101
6	110
7	111
8	1000
9	1001
10	1010



অনুশীলনী-১৩.২

- বাইনারী সংখ্যা কাকে বলে?
- বিট কি?
- ডেসিমাল 10 সমতুল্য দ্বিমিক কত সংখ্যা?

পাঠ-৩

দশমিক থেকে দ্বিমিক এবং দ্বিমিক থেকে দশমিকে পরিবর্তন

👉 উদ্দেশ্য

এই পাঠ শেষে আপনি-

- কোন সংখ্যাকে দশমিক থেকে দ্বিমিক এবং দ্বিমিক থেকে দশমিকে পরিবর্তনের কৌশল জানবেন।

কোন সংখ্যার দশমিক মানকে দ্বিমিক এবং দ্বিমিক মানকে দশমিক মানে রূপান্তর করা যায়। নিচে এরূপ পরিবর্তন কৌশল বর্ণনা করা হলো।

📖 দশমিক থেকে দ্বিমিক সংখ্যায় রূপান্তর

কোন সংখ্যা দশমিক রূপ থেকে দ্বিমিক আকারে প্রকাশের জন্য ঐ দশমিক মানের পূর্ণমান এবং ভগ্নাংশ উভয়কেই আলাদাভাবে দ্বিমিক সংখ্যায় রূপান্তর করতে হয়। দশমিক সংখ্যা 109.78125 এর রূপান্তর নিচে উদাহরণ স্বরূপ দেখানো হলো।

পদ্ধতি ১ মনে করুন, $N=109.78125$ । N এর দুটো অংশ আছে। একটি পূর্ণমান $N_I = 109$ এবং অপরটি হলো ভগ্নাংশ $N_F = 0.78125$ । এখানে N এর মানকে দ্বিমিক সংখ্যায় প্রকাশ করতে হলে 109 এবং 0.78125 উভয়কেই আলাদাভাবে দ্বিমিক সংখ্যায় রূপান্তর করতে হবে। আসুন আমরা প্রথমে পূর্ণসংখ্যা $N_I = 109$ কে দ্বিমিক সংখ্যায় প্রকাশ করি। 109 কে প্রথমে 2 দ্বারা ভাগ করতে হবে। তারপর প্রাপ্ত ভাগফলকে আবার 2 দ্বারা ভাগ করতে হবে। এভাবে ভাগফল শূন্য না হওয়া পর্যন্ত 2 দ্বারা ভাগ করতে হবে।

	nJ M	nJ P _n
109÷2	54	1
54÷2	27	0
27÷2	13	1
13÷2	6	1
6÷2	3	0
3÷2	1	1
1÷2	0	1

ভাগফল শূন্য অর্থ হলো গণনা শেষ। ভাগশেষ নিচ থেকে উপর পর্যন্ত সারিকে তীর (\nearrow) চিহ্ন দ্বারা বুঝানো হয়। নিচ থেকে উপরের অংকগুলোকে সজিয়ে দ্বিমিক সংখ্যা নির্ণয় করা হয়। সুতরাং $N_I = 109 = 1101101_2$

ভগ্নাংশ 0.78125 কে দ্বিমিক সংখ্যায় রূপান্তর করার জন্য উক্ত সংখ্যাকে 2 দ্বারা প্রথায় গুণ করতে হবে এবং অতপর প্রাপ্ত প্রত্যেক ভগ্নাংশকে 2 দ্বারা পুনঃ পুনঃ গুণ করে পূর্ণ সংখ্যা না পাওয়া পর্যন্ত 2 দ্বারা গুণ করতে হবে। যেমন-

	èel	kNèto.
0.78125 * 2	1.56250	1
0.56250 * 2	1.12500	1
0.12500 * 2	0.25000	0
0.2500 * 2	0.5000	0
0.50 * 2	1.00	1

ভগ্নাংশের 2 গুণ পূর্ণমান হলে বুঝতে হবে যে, গণনা শেষ। পূর্ণমানের উপর থেকে নিচ সারিকে তীর (\nearrow) চিহ্ন দ্বারা বুঝানো হয়। উপর থেকে নিচ সারির অংকগুলো সাজিয়ে দ্বিমিক সংখ্যা নির্ণয় করা হয়। সুতরাং $N_F=0.78125=0.11001_2$

সুতরাং N সংখ্যার দ্বিমিক রূপান্তর হলো-

$$N=N_I+N_F=1101101_2+0.11001_2=1101101.11001$$

উদাহরণ : 367 কে দ্বিমিক সংখ্যায় প্রকাশ করুন।

সমাধান :

	nJ V	nJ Vp
$N = N_I + N_F$	367÷2	183 1
$N_I = 367 ; N_F = 0.00$	183÷2	91 1
সুতরাং $N_I = 367 = 101101111_2$	91÷2	45 1
$N_F = 0.00 = 0$	45÷2	22 1
সুতরাং, $N = N_I + N_F = 101101111 + 0.00 =$	22÷2	11 0
101101111_2	11÷2	5 1
	5÷2	2 1
	2÷2	1 0
	1÷2	0 1

দ্বিমিক থেকে দশমিক সংখ্যায় প্রকাশ

যে কোন দ্বিমিক সংখ্যার প্রতিটি ডিজিট যোগফল আকারে প্রকাশ করা যায়। যেমন,

$$110101 = 1*2^5 + 1*2^4 + 0*2^3 + 1*2^2 + 0*2^1 + 1*2^0$$

$$101.110 = 1*2^2 + 0*2^1 + 1*2^0 + 1*2^{-1} + 1*2^{-2} + 0*2^{-3}$$

আমরা জানি যে দ্বিমিক সংখ্যার প্রত্যেক 2 এর ডিগ্রির সহগ হলো 0 অথবা 1। সুতরাং দ্বিমিক সংখ্যা হলো ঐ সকল স্থানীয় মানের সমষ্টি। দ্বিমিক সংখ্যার প্রতিটি 1 এর স্থানীয় মান যোগে করে দশমিক মান নির্ণয় করা যায়।

$$\text{সুতরাং } (110101)_2 = 32+16+4+1 = 53$$

আবার দ্বিমিক $(101.110)_2$ কে দশমিককে রূপান্তর করে পাই

$$(101.110)_2 = 2^2+2^0+2^{-1}+2^{-2}=4+1+0.5+0.25=5.75$$

উদাহরণ : দ্বিমিক সংখ্যা 11000 কে দশমিক সংখ্যায় প্রকাশ করুন।

$$\begin{aligned} \text{সমাধান : } (11000)_2 &= 1*2^4 + 1*2^3 + 0*2^2 + 0*2^1 + 0*2^0 \\ &= 16+8+0+0+0 = 24 \end{aligned}$$

সুতরাং $(11000)_2 = 24$

উদাহরণ : 101.1101 কে দশমিক সংখ্যায় প্রকাশ করুন।

সমাধান : $(101.1101)_2 = 1*2^2 + 0*2^1 + 1*2^0 + 1*2^{-1} + 1*2^{-2} + 0*2^{-3} + 1*2^{-4}$
 $= 4 + 0 + 1 + 0.5 + 0.25 + 0 + 0.062 = 5.812$

উদাহরণ : 777 কে দ্বিমিক সংখ্যায় রূপান্তর করুন।

সমাধান :

ভাগফল	ভাগশেষ
$777 \div 2 = 388$	1
$388 \div 2 = 194$	0
$194 \div 2 = 97$	0
$97 \div 2 = 48$	1
$48 \div 2 = 24$	0
$24 \div 2 = 12$	0
$12 \div 2 = 6$	0
$6 \div 2 = 3$	0
$3 \div 2 = 1$	1
$1 \div 2 = 0$	1

অতএব দ্বিমিক সংখ্যা = 1100001001_2 অতএব $777_{10} = 1100001001_2$

উদাহরণ : 0.75 কে দ্বিমিক সংখ্যায় রূপান্তর করুন।

সমাধান :

গুণফল	পূর্ণমান
$0.75 \times 2 = 1.50$	1
$0.50 \times 2 = 1.0$	1

দ্বিমিক ভগ্নাংশ = 1.11

অতএব $0.75_{10} = 0.11_2$

অনুশীলনী-১৩.৩

- দ্বিমিক সংখ্যায় রূপান্তর করুন।
(i) 105 (ii) 22 (iii) 0.375 (iv) 525 (v) 852
- ডেসিমাল সংখ্যায় প্রকাশ করুন।
(i) 1011.101 (ii) 1111 (iii) 111.1 (iv) 1000 (v) 0.101

পাঠ- ৪

কম্পিউটার সংশ্লিষ্ট গণনা

উদ্দেশ্য

এই পাঠ শেষে আপনি—

- বুলিন বীজগণিত সম্বন্ধে ধারণা লাভ করবেন;
- দ্বিমিক যোগ, বিয়োগ নির্ণয় করতে শিখবেন।

বুলিন বীজগণিত কি?

কম্পিউটার সংশ্লিষ্ট গণনা পদ্ধতি প্রচলিত গণনা পদ্ধতি থেকে ভিন্ন। কম্পিউটারে যোগ, বিয়োগ বা অন্যান্য গণনা কাজ বাইনারী পদ্ধতিতে সম্পন্ন হয়। অর্থাৎ 0 এবং 1 অংক দুইটির সাহায্যে গণনা সম্পন্ন হয়। এ দুইটি অংক ব্যবহারের ফলে কম্পিউটারে গণনা সহজ ও দ্রুত হয়। যে বীজগণিত কম্পিউটার সংশ্লিষ্ট গণনায় ব্যবহৃত হয় তাকে বুলিন বীজগণিত বলে। ১৮৪৭ সালে বুলিন বীজগণিত আবিষ্কার হয়। ইংরেজ গণিত শাস্ত্রবিদ জর্জ বুল বুলিন বীজগণিতের জনক। বুলিন বীজগণিত বলতে বুঝায়—

কোন একটি ধ্রুবক ও চলকের দুটি মান 0 এবং 1 থাকতে পারে এবং এই দুটি মানের সাহায্যে সংখ্যা পাতন বীজগণিতকে বুলিন বীজগণিত বলে। 0 এবং 1 দ্বারা প্রকৃত সংখ্যা বোঝায় না। বরং দুটি যুক্তি স্তর বুঝায়। যেমন, কোন একটি ডিজিটাল বর্তনীতে যুক্তিস্তর 0 কে ভোল্টেজ 0 ভোল্ট দ্বারা এবং যুক্তিস্তর 1 কে ভোল্টেজ 5 ভোল্ট দ্বারা বুঝানো যেতে পারে।

যে বীজগণিত কম্পিউটার সংশ্লিষ্ট গণনায় ব্যবহৃত হয় তাকে বুলিন বীজগণিত বলে। ১৮৪৭ সালে বুলিন বীজগণিত আবিষ্কার হয়। ইংরেজ গণিত শাস্ত্রবিদ জর্জ বুল বুলিন বীজগণিতের জনক।

বুলিন বীজগণিতের বৈশিষ্ট্য

- বুলিন ধ্রুবক এবং চলক এর শুধুমাত্র দুইটি মান থাকতে পারে আর তাহল 0 এবং 1।
- বুলিন চলকের দুইটি মাত্র মান থাকায় বুলিন বীজগণিত ডেসিমাল বীজগণিতের তুলনায় অনেক সহজ।
- বুলিন বীজগণিতে ভগ্নাংশ, ঋণাত্মক সংখ্যা, লগারিদম, কাল্পনিক সংখ্যা, বর্গ ইত্যাদির ব্যবহার নাই।

বুলিন সমীকরণ

কম্পিউটার তৈরিতে বুলিন সমীকরণ ব্যবহার করা হয়। এই সমীকরণ সরলীকরণের জন্য যে উপপাদ্য ব্যবহার করা হয় তাকে বুলিন উপপাদ্য বলা হয়। কয়েকটি বুলিন উপপাদ্য নিচে দেয়া হল।

$$A+0 = A$$

$$A.0 = 0$$

$$A+1 = 1$$

$$A.1 = A$$

$$A+A = A$$

$$A.A = A$$

'+' চিহ্নের সাহায্যে 'OR' এবং '.' চিহ্নের সাহায্যে 'AND' অপারেশনকে বুঝানো হয়ে থাকে।

বাইনারী যোগ ও বিয়োগ

ডেসিমাল সংখ্যার যোগ করতে যে পদ্ধতি ব্যবহার করা হয় ঠিক একই পদ্ধতিতে বাইনারী যোগ করা হয়। তবে বাইনারী যোগ পদ্ধতি সহজতর। নিচের উদাহরণের সাহায্যে বিষয়টি বুঝানো হলো।

(ক) ডেসিমাল যোগ পদ্ধতি

ধরুন, 196 সংখ্যার সাথে 281 সংখ্যা যোগ করতে হবে

$$\begin{array}{r} 196 \text{ সর্ব ডানের অংক} \\ + \quad 281 \\ \hline 477 \end{array}$$

প্রথমে দুইটি সংখ্যার সর্বডানের অংক দুইটির যোগফল নির্ণয় করতে হয়। এক্ষেত্রে যোগফল 7 এবং হাতের সংখ্যা শূন্য। তারপর দ্বিতীয় অবস্থানের অংকসমূহের যোগফল নির্ণয় করতে হয়, এক্ষেত্রে যোগফল 7 এবং একই সাথে হাতের সংখ্যা 1 যা তৃতীয় অবস্থানের অংকসমূহের সাথে যোগ হয়। ফলে তৃতীয় অবস্থানের যোগফল হবে $1+1+2=4$

(খ) বাইনারী যোগ পদ্ধতি

বাইনারী পদ্ধতিতে যোগফল নির্ণয়ে উপরিউল্লিখিত ধাপগুলো অনুসরণ করা হয়। বাইনারী পদ্ধতিতে দুইটি অংকের যোগফল নির্ণয়ে নিম্নোক্ত সূত্র ব্যবহার করা হয়।

$$0+0=0$$

$$1+0=1$$

$$1+1=10=\text{ফল } 0 \text{ এবং হাতের সংখ্যা } 1 \text{ যা পরবর্তী স্থানের অংকের সাথে যোগ হয়।}$$

$$1+1+1=11=\text{ফল } 1 \text{ এবং হাতের সংখ্যা } 1 \text{ যা পরবর্তী স্থানের অংকের সাথে যোগ হয়।}$$

উদাহরণঃ বাইনারী 011 এবং বাইনারী 101 সংখ্যার যোগফল নির্ণয় করুন।

সমাধানঃ

$$\begin{array}{r} 011 \quad 1+1=\text{ফল } 0 \text{ এবং হাতে সংখ্যা } 1 \\ + \quad 101 \quad 1+1+0=\text{ফল } 0 \text{ এবং হাতে সংখ্যা } 1 \\ \hline 1000 \quad 1+0+1=\text{ফল } 0 \text{ এবং হাতে সংখ্যা } 1 \\ \quad \quad \quad 1=\text{ফল} \end{array}$$

উদাহরণঃ 11.011 এবং 10.110 এর যোগফল নির্ণয় করুন।

সমাধানঃ

$$\begin{array}{r} 11.011 \quad 1+0=\text{ফল } 1 \\ + \quad 10.110 \quad 1+1=\text{ফল } 0 \text{ এবং হাতের সংখ্যা } 1 \end{array}$$

110.001 $1+0+1=$ ফল 0 এবং হাতের সংখ্যা 1

$1+1+0=$ ফল 0 এবং হাতের সংখ্যা 1

$1+1+1=$ ফল 1 এবং হাতের সংখ্যা 1

$1 =$ ফল 1

অতএব যোগফল 110.001

বিয়োগফল নির্ণয়

ডেসিমাল সংখ্যার বিয়োগ। যেমন,

$$\begin{array}{r} 827 \\ - 575 \\ \hline 252 \end{array}$$

প্রথমে দুই সংখ্যার সর্বডানের অংক দুইটির বিয়োগ ফল নির্ণয় করা হয়। এক্ষেত্রে $7-5=2$ । তারপর দ্বিতীয় অবস্থানের অংকসমূহের বিয়োগফল নির্ণয় করা হয়, 2 হতে 7 বিয়োগ করা সম্ভব নয় তাই পরবর্তী স্থানের অংকটি হতে 1 ধার নিয়ে 2 এর পরিবর্তে 12 হতে 7 বিয়োগ করা হয়েছে। 1 ধার নেওয়ার পর 8 এর স্থলে 7 ধরতে হয়। সুতরাং $12-7=5$ এবং $7-5=2$

বাইনারী পদ্ধতিতে বিয়োগ ফল নির্ণয়ে ডেসিমাল পদ্ধতি অনুসরণ করা হয়। তবে এক্ষেত্রে নিম্নের সূত্রগুলো অবলম্বন করা হয়।

$$0-0 = 0$$

$$1-0 = 1$$

$$1-1 = 0$$

$0-1=1=$ ফল 1 এবং হাতের সংখ্যা 1 যা পরবর্তী স্থানের অংকের সাথে হিসাব করা হয়।

উদাহরণ : বাইনারী 1011 হতে বাইনারী 0011 এর বিয়োগফল নির্ণয় করুন।

সমাধান :

$$\begin{array}{r} 1011 \\ - 0011 \\ \hline 1000 \end{array} \quad \begin{array}{l} 1-1=0 \\ 1-1=0 \\ 0-0=0 \\ 1-0=1 \end{array}$$

অতএব বিয়োগফল 1000

উদাহরণ : দুইটি সংখ্যা 1101 হতে 1010 এর বিয়োগফল নির্ণয় করুন।

সমাধান :

$$\begin{array}{r} 1101 \\ - 1010 \\ \hline 0011 \end{array} \quad \begin{array}{l} 1-0=1 \\ 0-1=1 \text{ এবং এর সাথে হাতে } 1 \text{ থাকবে।} \\ 1-1=0 \\ 1-1=0 \end{array}$$

অতএব বিয়োগফল 0011

গুণফল নির্ণয়

ডেসিমাল সংখ্যার গুণ যে পদ্ধতিতে করা হয় ঠিক একই পদ্ধতিতে বাইনারী সংখ্যার গুণফল নির্ণয় করা যায়। আপনারা স্কুলে প্রচলিত নিয়মে দুইটি সংখ্যার গুণফল নির্ণয় করতে শিখেছেন। যেমন, 7 কে 5 দ্বারা গুণ করলে গুণফল $7*5=35$ পাওয়া যায় তা আপনারা জানেন। গুণ করার নিয়ম হল প্রত্যেক গুণক রাশিদ্বারা আলাদাভাবে

গুণ্যকে গুণ করতে হয় এবং তারপর আংশিক গুণফল নির্ণয় করতে হয়। সবশেষে যোগফল নির্ণয় করতে হয় বাইনারিটি যোগ নির্ণয় পদ্ধতিতে। বাইনারি গুণফল নির্ণয়ে নিচের সূত্রগুলো অবলম্বন করতে হয়।

$$0 \times 0 = 0$$

$$0 \times 1 = 0$$

$$1 \times 0 = 0$$

$$1 \times 1 = 1$$

উদাহরণ : 111 সংখ্যাকে 101 দ্বারা গুণ করুন।

$$\begin{array}{r}
 \text{সমাধান :} \quad 111 \quad \blacklozenge \text{ গুন্য} \\
 \quad \quad \quad \underline{101} \quad \blacklozenge \text{ গুণক রাশি।} \\
 \quad \quad \quad 111 \\
 \quad \quad \quad 000\infty \\
 \quad \quad \underline{111\infty\infty} \\
 100011
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{r} 111 \\ 101 \\ 111 \\ 000\infty \\ 111\infty\infty \end{array}} \right\} \text{ আংশিক গুণফল}$$

অতএব গুণফল 100011

ভাগফল নির্ণয়

ভাগ প্রক্রিয়া গুণ প্রক্রিয়ার বিপরীত। ধরুন 145 কে 13 দ্বারা ভাগ করবেন। ডেসিমাল সংখ্যার ভাগ পদ্ধতিতে নিম্নরূপভাবে ভাগফল নির্ণয় করা যায়।

$$\begin{array}{r}
 11 \leftarrow nJ V \\
 13 \overline{)145} \\
 \underline{13} \\
 15 \\
 \underline{13} \\
 2 \leftarrow nJ VP
 \end{array}$$

কিন্তু বাইনারী ভাগ নির্ণয় পদ্ধতি নিম্নরূপ-


- ১। ভাজ্যের বাঁ দিকে থেকে ভাগ আরম্ভ করতে হবে।
- ২। ভাজক যদি ভাজ্য থেকে ছোট বা সমান হয় তবে ভাগফলের ঘরে 1 বসাতে হবে এবং ভাজক ভাজ্যের নিচে লিখে বিয়োগ করতে হবে।
- ৩। ভাজ্যে যদি আর অবশিষ্ট না থাকে এবং ভাগশেষ 0 বা ভাজকের থেকে ছোট হয় তখন ভাগ করার কাজ শেষ হবে।

উদাহরণ : 10010001 কে 1101 দ্বারা ভাগ করতে হবে।

সমাধান

$$\begin{array}{r}
 01011 \\
 1101 \overline{)10010001} \\
 \underline{1101} \\
 10100 \\
 \underline{1101} \\
 1111 \\
 \underline{1101} \\
 10 \leftarrow nJ VP
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 nJ Aj J rL \\
 1101 \\
 10010001 \\
 10
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 Pc KxJ \\
 13 \\
 145 \\
 2
 \end{array}$$


অতএব ভাগফল 01011 এবং ভাগশেষ 10।

 অনুশীলনী-১৩.৪

1. বুলিন বীজগণিত কি?
2. বুলিন উপপাদ্যগুলো লিখুন।
3. যোগফল নির্ণয় করুন :
(i) 101 এবং 110 (ii) 100 এবং 011 (iii) 001 এবং 011 (iv) 1011.01 এবং 1011.1
4. বিয়োগ ফল নির্ণয় করুন :
(i) 001 থেকে 011 (ii) 111.11 থেকে .110010 (iv) 1011.01 থেকে 1011.1
5. গুণফল নির্ণয় করুন :
(i) 11101 কে 10110 দ্বারা (ii) 11 01 কে 1011 দ্বারা (iii) 1011.1 কে 111.1 দ্বারা।
6. ভাগফল নির্ণয় করুন :
(i) 1101 কে 110 দ্বারা (ii) 01110000 কে 1000 দ্বারা।

পাঠ-৫

স্থির ও ভাসমান দশমিক সংখ্যা

 উদ্দেশ্য

এ পাঠ শেষে আপনি-

- স্থির ও ভাসমান দশমিক সংখ্যা কি বলতে পারবেন;
- ভাসমান দশমিক সংখ্যার গণনায় দক্ষতা অর্জন করবেন।

 সংজ্ঞা

কম্পিউটারে প্রযোজ্য সংখ্যার ধারণা সম্বন্ধে এ পাঠে আলোচনা করা হবে। গণিতে সংখ্যার ধারণা ব্যাপক অর্থে ব্যবহৃত হয়। কম্পিউটারে সাধারণত দুই প্রকারের অর্থাৎ স্থির ও বা ভাসমান বিন্দুর সংখ্যার ধারণা প্রয়োগ হয়। বস্তুত অংশশাস্ত্রবিদ, বিজ্ঞানী সকলেই সংখ্যা বুঝতে পূর্ণ বা স্থির সংখ্যা এবং বাস্তব সংখ্যা বা ভাসমান বিন্দুর সংখ্যা এ দুই প্রকার ধারণাকে বুঝে থাকে। যেমন, 1,2,3,4,11,12,15 ইত্যাদি পূর্ণ সংখ্যা, আবার 3.14153, 4.55, 5.1267 সংখ্যায় 3,4,5 হল স্থির মান বা পূর্ণ সংখ্যা এবং 0.14153, 0.55, 0.1267 হল ভাসমান দশমিক সংখ্যা। কম্পিউটারে সংখ্যা গণনায় এ দুই ধরনের সংখ্যার সাথে পরিচিত হওয়া একান্ত প্রয়োজন।

যে কোন গবেষণামূলক কাজে বা বৈজ্ঞানিক গবেষণার গণনায় সাধারণতঃ খুব বড় অথবা খুব ছোট মান নিয়ে কাজ করতে হয়। যেমনঃ ইলেকট্রনের চার্জ = 0.000 000 000 000 000 000 160 2192 কুলম্ব।

এ মানটি শুধুমাত্র ক্ষুদ্রই নয় এর প্রকাশটাও বেশ অসুন্দর। তাই বিজ্ঞানীরা এ মানটিকে সংক্ষেপে নিরূপণ ভাবে প্রকাশ করে থাকেন।

$$1.602\ 192 * 10^{-19}C$$

এ মানটি গবেষণা কাজে সার্বজনীন মান হিসেবে পরিচিত। কিন্তু কম্পিউটারে হিসাবের ক্ষেত্রে উপরের মানটিকে একটু ভিন্নভাবে প্রকাশ করা হয়। যেমন-

$$0.1602192 * 10^{-18} C$$

এ মানটি ভগ্নাংশযুক্ত এবং দশের শক্তি হল -18 কিন্তু প্রকাশটা বেশ সুন্দর ও কম্প্যাক্ট।

কোন সংখ্যা বা মানকে ঠিক এভাবে প্রকাশ করে যে সংখ্যা পাওয়া যায় তাকে ভাসমান দশমিক সংখ্যা বলা হয়।

গাণিতিক সূত্রের সাহায্যে এ সংখ্যাকে নিম্নরূপে প্রকাশ করা হয়। $N=f*r^E$

এখানে f ভগ্নাংশ চিহ্ন যাকে মানটিসা (বা আরগুমেন্ট) বলে। E পূর্ণমান চিহ্ন যাকে এক্সপোনেন্ট বলে এবং r হলো রেডিক্স।

কম্পিউটার ধারণাতে ভাসমান বিন্দুর সংখ্যা সেট বলতে সাধারণত ডেসিমাল সংখ্যাকে বুঝায়। কিন্তু ভাসমান বিন্দুর সংখ্যা ও ডেসিমাল সংখ্যার মধ্যে পারস্পরিক সম্পর্ক স্থাপন সম্ভব নয়। কেননা এ দুই প্রকার সংখ্যার বৈশিষ্ট্য ভিন্ন।

ভাসমান দশমিক সংখ্যার বৈশিষ্ট্যসমূহ

- পূর্ণ সংখ্যার মতোই কম্পিউটারে ভাসমান বিন্দুর সংখ্যাগুলো পর্যায়ক্রমে 0 ও 1 দ্বারা প্রকাশ করা হয়।
- শূন্য নয় এমন ডেসিমাল সংখ্যাগুলো 2 বেস অনুযায়ী নিম্নরূপভাবে প্রকাশ করা যায়-

$$N=f*2^E$$

কম্পিউটারে f এবং E সংখ্যাগুলো দ্বিমিক পদ্ধতিতে প্রকাশ করা হয়। f এবং E কে যথাক্রমে দ্বিমিক মানটিসা ও এক্সপোনেন্ট বলা হয়।

যদি বিট সংখ্যা F মানটিসার পরম মান হয় এবং E এক্সপোনেন্টের পরম মান হয় তবে সর্বোচ্চ অ্যারোর বা ভুল= 2^{-F} এবং এক্সপোনেন্ট $|E| 2^E-1$

E এর মান দ্বারা কম্পিউটারে ব্যবহৃত গণিতের অ্যাকুয়ারেজী ও মাত্রা নির্ণয় করা হয়। E এর মান সর্বোচ্চ E_{max} এর উপরে হলে ডাটার ওভার ফ্লো এবং E এর মান সর্বনিম্ন E_{min} এর মানের নিচে হয় তবে ডাটার আন্ডার ফ্লো শর্ত হিসেবে বিবেচনা করা হয়। E এর মান $E_{min} \leq E \leq E_{max}$ এর মধ্যে সীমাবদ্ধ থাকতে হবে।

- ভাসমান বিন্দুর সংখ্যার একটি গুরুত্বপূর্ণ বৈশিষ্ট্য হলো গণনার ফলে যথেষ্ট অ্যাকুয়ারেজী পাওয়া। যেমন ছোট কোন পূর্ণমান নিয়ে হিসাবের ক্ষেত্রে অধিকাংশ ভাসমান বিন্দুর সংখ্যা প্রকাশে সঠিক ঐ মানটি পাওয়া যায় এবং অধিকাংশ ভাসমান দশমিক সংখ্যায় অন্তত ছয় ঘর পর্যন্ত অ্যাকুয়ারেজী পাওয়া যায়। ব্যবহারিক পরিমাপের বা গণনার ক্ষেত্রে চার ঘর পর্যন্ত মান বেছে নেওয়া হয়।

কম্পিউটারে এরূপ সংখ্যা প্রকাশে r এর মান নির্দিষ্ট থাকে। কম্পিউটার উৎপাদনকারী কোম্পানী তাদের উৎপাদিত কম্পিউটারে r এর বিভিন্ন মান প্রয়োগ করে থাকে। যেমন 2, 10, 16 এ মানগুলো সাধারণত r এর মান হিসেবে বেছে নেওয়া হয়।

ভাসমান দশমিক সংখ্যার প্রকারভেদ

(ক) ডেসিমাল ভাসমান দশমিক সংখ্যা

ডেসিমাল পদ্ধতিতে $r=10$ । ডেসিমাল 458000 সংখ্যাকে $0.458*10^6$ রূপে লেখা যায়। অর্থাৎ $f = +0.458$ এবং $E = +6$ ।

আবার, ডেসিমাল -0.000 0114 সংখ্যাকে $-0.114*10^{-4}$ সংখ্যায় প্রকাশ করা যায়। এখানে $f = -0.114$ এবং $E = -4$

যদি রেডিক্স r এর মান জানা থাকে, তবে আমাদের শুধুমাত্র f এবং E এর মান জানা প্রয়োজন।

(খ) দ্বিমিক ভাসমান দশমিক সংখ্যা

দ্বিমিক পদ্ধতিতে $r=2$ । দ্বিমিক সংখ্যা 10000.1 কে $0.100 001*10^{101}$ তে প্রকাশ করা যায়।

সুতরাং $f = 0.100 001$

এবং $E = 101$

উদাহরণ : ডেসিমাল -0.00171 875 কে ভাসমান দশমিক সংখ্যায় প্রকাশ করুন এবং f ও E এর মান নির্ণয় করুন।

সমাধান : মনে করুন, $N = -0.00171875 = -0.171875 * 10^{-2}$

সুতরাং $N = -0.171875 * 10^{-2}$

$$f = -0.171875$$

এবং $\varepsilon = -2$

উদাহরণ : দ্বিমিক -0.001011 কে ভাসমান দশমিক সংখ্যায় প্রকাশ করুন এবং f ও ε এর মান নির্ণয় করুন।

সমাধান : মনে করুন, $N = -0.001011 = -0.1011 * 10^{-10}$ [ডেসিমাল 10 সমান বাইনারী 2]

সুতরাং $N = -0.1011 * 10^{-10}$

$$f = -0.1011 \text{ এবং } \varepsilon = -10$$

ভাসমান দশমিক সংখ্যার গণিত

ভাসমান দশমিক সংখ্যার যোগ, বিয়োগ, গুণ ও ভাগ নির্ণয় পদ্ধতি নিচে বর্ণনা করা হল।

(ক) যোগফল নির্ণয়

দুইটি ভাসমান দশমিক সংখ্যার যোগফল নির্ণয়ের জন্য ঐ সংখ্যা দুইটির এক্সপোনেন্টগুলো প্রথমে সমান করতে হয়। তারপর প্রচলিত নিয়মে যোগফল নির্ণয় করতে হয়।

উদাহরণ : $0.3218E+6$ এবং $0.5426E+8$ সংখ্যার যোগফল নির্ণয় করুন।

সমাধান : $0.3218E+6$ সংখ্যার এক্সপোনেন্ট 6 কে 8 এর সমান করতে হবে। অতএব, $0.3218E+6 = 0.003218E+8 = 0.0032E+8$ (চার ঘর পর্যন্ত)

$$\begin{array}{r} 0.0032E+8 \\ + \quad 0.5426E+8 \\ \hline 0.5458E+8 \end{array}$$

উত্তর : $0.5458E+8$

চার ঘর পর্যন্ত অ্যাকুয়ারেজী নির্ধারণ করা হয়েছে।

(খ) বিয়োগ

বিয়োগকরণ প্রক্রিয়া যোগ পদ্ধতির অনুরূপ।

উদাহরণ : $0.5216E+10$ থেকে $0.3214E+8$ বিয়োগ করুন।

সমাধান :

$0.3214E+8 = 0.003214E+10 = 0.0032E+10$ (চার ঘর পর্যন্ত অ্যাকুয়ারেজী)

$$0.5216E+10$$

$$\frac{0.0032E + 10}{0.5184E + 10}$$

$$0.5184E + 10$$

উত্তর : $0.5184E + 10$

(গ) গুণ

মনে করুন N_1 এবং N_2 দুইটি ভাসমান দশমিক সংখ্যা। কম্পিউটার সংখ্যা দুইটির গুণ করবে নিম্নরূপভাবে।

$$N_1 = f_1 * 2^{\epsilon_1}$$

$$N_2 = f_2 * 2^{\epsilon_2}$$

সুতরাং সংখ্যা দুইটির গুণফল

$$p = N_1 * N_2 = (f_1 * f_2) * 2^{\epsilon_1 + \epsilon_2}$$

অর্থাৎ গুণ প্রক্রিয়ায় মানটিস দুইটিকে গুণ এবং এক্সপোনেন্ট দুইটিকে যোগ করতে হয়।

(ঘ) ভাগ

মনে করুন N_1 এবং N_2 দুইটি ভাসমান দশমিক সংখ্যা। কম্পিউটার সংখ্যা দুয়কে ভাগ করবে নিম্নরূপভাবে।

$$q = \frac{N_1}{N_2}$$

সুতরাং সংখ্যা দুইটির ভাগফল

$$q = \frac{f_1}{f_2} * 2^{\epsilon_1 - \epsilon_2}$$

অর্থাৎ ভাগ প্রক্রিয়ায় মানটিস দুইটিকে ভাগ এবং এক্সপোনেন্ট দুইটির বিয়োগ করতে হয়।



অনুশীলনী-১৩.৫

1. ভাসমান দশমিক সংখ্যা কি? ভাসমান দশমিক সংখ্যা ব্যবহারে সুবিধা কি?
2. ভাসমান দশমিক সংখ্যা ব্যবহারে ভগ্নাংশ, এক্সপোনেন্ট বলতে কি বুঝায়?
3. যোগফল নির্ণয় করুন :
 - (i) $0.233 5E + 4$ এবং $0.554 5E + 2$ (ii) $0.825 1E + 6$ এবং $0.715 4E + 4$
4. বিয়োগফল নির্ণয় করুন :
 - (i) $0.128 2E + 6$ হতে $0.017 1E + 4$ (ii) $0.815 6E + 8$ হতে $0.614 1E + 6$
5. গুণফল নির্ণয় করুন :
 - (i) $0.8251E + 6$ কে $0.7154E + 4$ দ্বারা

(ii) $0.1282E+6$ কে $0.0171E+4$ দ্বারা

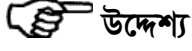
6. ভাগফল নির্ণয় করুন :

(i) $0.2336E+4$ কে $0.2336E+2$ দ্বারা

(ii) $0.6141E+6$ কে $0.6141E+2$ দ্বারা

পাঠ-৬

কর্তিত মান ও আসন্নকৃত মান



উদ্দেশ্য

এই পাঠ শেষে আপনি-

- কর্তিত মান ও আসন্ন মান সম্বন্ধে ধারণা লাভ করবেন।



আসন্ন মান কি?

মনে করুন, ডেসিমাল সংখ্যা 10 কে 3 দ্বারা ভাগ করবেন। $10 \div 3 = 3.333333.....$ । অতএব ভাগফল $3.333333.....$ । 10 ও 3 দ্বারা অসীম পর্যন্ত ভাগ করা যায় এবং এ ভাগ প্রক্রিয়া কখন শেষ হবে না। অর্থাৎ 10 সংখ্যা 3 দ্বারা বিভাজ্য নহে। তাই ভাগ প্রক্রিয়া নির্দিষ্ট দশমিক স্থান পর্যন্ত শেষ করতে হয়। যেমন, এক, দুই, তিন, চার,....., দশমিক স্থান পর্যন্ত ভাগ করতে হয়। এক্ষেত্রে চার দশমিক স্থান পর্যন্ত ভাগফল 3.3333 । এটা আসন্ন ফল। আবার, $5.4325983.....$ দশমিক সংখ্যাটির চার দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্ন মান 5.4326 । সুতরাং কোন অসীম দশমিক সংখ্যা হতে নির্দিষ্ট কোন দশমিক স্থান পর্যন্ত নির্ণয় সংখ্যাই উক্ত দশমিক সংখ্যার আসন্ন মান। আসন্ন মান নির্ণয়ের নিয়ম হলো-

যত দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্ন মান বের করতে হবে তার পরবর্তী স্থানটিতে যদি 5,6,7,8,9 অংক বর্তমান থাকে তবে শেষ স্থানের অংকের সাথে 1 যোগ করতে হয় কিন্তু যদি 0,1,2,3,4 অংক বর্তমান থাকে তবে শেষ স্থানটির অংকের সাথে 1 যোগ করতে হয় না অর্থাৎ শেষ স্থানের অংক অপরিবর্তিত থাকবে।

কোন অসীম দশমিক সংখ্যা হতে নির্দিষ্ট কোন দশমিক স্থান পর্যন্ত নির্ণয় সংখ্যাই উক্ত দশমিক সংখ্যার আসন্ন মান।

উদাহরণ : $4.4123845.....$ সংখ্যার এক দশমিক, দুই দশমিক, তিন দশমিক, চার দশমিক ও পাঁচ দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্ন মান নির্ণয় করুন।

সমাধান :	এক দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্ন মান	= 4.4
	দুই দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্ন মান	= 4.41
	তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্ন মান	= 4.412
	চার দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্ন মান	= 4.4124
	পাঁচ দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্ন মান	= 4.41238

এভাবে আসন্নকরণে ফলাফলে সব সময় ভুল থেকে যায়। এ ধরনের ভুলকে আবর্তনজনিত ভুল বলে। কম্পিউটার সংশ্লিষ্ট গণনায় এ ধরনের ভুলের কারণে সমস্যা সমাধানে জটিলতার সৃষ্টি হয়।

কোন এক মডেলের কম্পিউটার নির্দিষ্ট অ্যাকুয়ারেজী মানে সংখ্যাসমূহ ধারণ করতে পারে এবং সেগুলো নিয়ন্ত্রণ করে। যেমন কম্পিউটার 'Brand X' মডেল মাত্র সাত ঘর পর্যন্ত পূর্ণ সংখ্যা ধারণ করতে পারে অর্থাৎ

অ্যাকুয়ারেজী সাত ঘর পর্যন্ত। এ কম্পিউটার সাতের বেশি অংক বিশিষ্ট সংখ্যা ধারণ করতে পারে না। সাত ডেসিমাল স্থানের পরের অংকগুলোকে কর্তন করে থাকে। যেমন, 12345.6789 সংখ্যাটি এ রূপ মডেলের কম্পিউটার ধারণ করবে 12345.67 সংখ্যা হিসাবে। অর্থাৎ আমরা এ সংখ্যার প্রিন্ট বা আউটপুট (ফল) হিসাবে পাব 12345.67 সংখ্যা এবং 0.0089 মান অবশ্যই কর্তন করবে। আসন্নকরণের ফলে ফলাফলে যে অংশ বা অংকগুলো বাদ দেওয়া হয় তাই হল কর্তন মান।

আসন্নকরণের ফলে ফলাফলে যে অংশ বা অংকগুলো বাদ দেওয়া হয় তাই হল কর্তন মান।

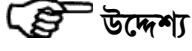
আমরা যদি তিন ডেসিমাল স্থানযুক্ত অ্যাকুয়ারেজী কম্পিউটারে 3.24 কে 5.24 দ্বারা গুণ করি তবে আউটপুট 27.4 সংখ্যা পাব। কিন্তু সঠিক ফল হলো 27.4576। শেষের তিন ডেসিমাল স্থান কর্তিত হবে অর্থাৎ 0.0476 মান কেটে ফেলবে। সুতরাং কর্তনজনিত ভুলের মাত্রা সব ক্ষেত্রেই থেকে যাবে। তাই আশ্চর্য হবার কিছুই নেই যে, কম্পিউটার কোন সমস্যা সমাধানের পর ভুল ফলাফল দেয়। এটা নির্ভর করে কম্পিউটারের অ্যাকুয়ারেজীর উপর। প্রকৃত অর্থে সমাধান সঠিক হওয়ার জন্য নয় ডেসিমাল স্থানযুক্ত অ্যাকুয়ারেজী প্রয়োজন।

অনুশীলনী-১৩.৬

1. আসন্ন মান ও কর্তিত মান কি?
2. 3.605551..... সংখ্যার 4 ও 5 দশমিক স্থানের আসন্ন মান নির্ণয় করুন।
3. চার ডিজিট অ্যাকুয়ারেজী কম্পিউটারে 100 কে 9 দ্বারা ভাগ করলে ভাগফল কত হবে?
4. সাত ঘর অ্যাকুয়ারেজী কম্পিউটারে 4.2456 কে 0.555 দ্বারা গুণ করলে গুণফল কত হবে? প্রকৃত গুণফল কত?

পাঠ-৭

আসন্নকরণ জনিত ভুলের মাত্রা



উদ্দেশ্য

এ পাঠ শেষে আপনি-

- ভুলের মাত্রা নির্ণয় করতে পারবেন।



কর্তনজনিত ভুল

আমরা কর্তিত মান ও আসন্ন মান সম্বন্ধে পূর্বের পাঠে জেনেছি। বর্তমান পাঠে আমরা কর্তনজনিত ভুল ও তার মাত্রা বুঝতে চেষ্টা করব। কম্পিউটারে সমস্যা সমাধানের সুবিধার জন্য অধিকাংশ সমস্যাগুলোর কিছুটা আসন্নকরণের প্রয়োজন হয়। সাধারণভাবে বলতে গেলে কম্পিউটারে কোন সমস্যা সমাধান করা খুবই কষ্টসাধ্য কাজ। নিচের উদাহরণ থেকে তা বুঝতে চেষ্টা করি। চলুন আমরা 1000 হতে 990 সংখ্যার অন্তরফল নির্ণয় করি।

$$d_1 = 1000 - 990 = 0.100 * 10^4 - 0.990 * 10^3 = 0.100 * 10^4 - 0.099 * 10^4 = 0.001 * 10^4 = 0.100 * 10^2$$

ফলাফলে মান টিসার শেষ দুইটি শূন্য অর্থহীন। এবার আর একটি অন্তরফল নির্ণয় করি।

$$\begin{aligned} d_2 &= 1000 - 999 = 0.100 * 10^4 - 0.0999 * 10^4 \\ &= 0.100 * 10^4 - 0.100 * 10^4 \text{ [আসন্নকরণ করে পাই]} \\ &= 0 \end{aligned}$$

যদি আসন্নকরণ প্রক্রিয়ায় 0.0999 সংখ্যার শুধুমাত্র শেষ অংকটি কর্তন করা হয় তবে

$$d_2 = 0.100 * 10^4 - 0.099 * 10^4 = 0.100 * 10^2 = d_1$$

সুতরাং গণনা প্রক্রিয়া যাই হোক না কেন, দুই ধরনের কম্পিউটার ভিন্ন মানে আসন্নকরণের ফলে ভিন্ন ফলাফল দেয়। এটা বেশ জটিল সমস্যা। আবার, ত্রিগোনোমিট্রিক ফাংশন, এক্সপোনেন্ট ও লগ ফাংশন ইত্যাদি সিরিজের যোগফল নির্ণয়ে আসন্নকরণ প্রয়োজন হয়। যেমন, $\sin(x)$ সিরিজের যোগফল নির্ণয়ের ক্ষেত্রে ধরা যাক।

$\sin(x)$ এর ট্রেইলর সিরিজ নিম্নরূপ-

$$\sin(x) = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \frac{x^9}{9!} - \dots$$

যদি আমরা উপরোক্ত সিরিজটার সবগুলো টার্ম যোগ করতে পারি তবেই সঠিক ফলাফল পাওয়া যাবে। কিন্তু বাস্তবে আমরা x এর কোন নির্দিষ্ট মানের জন্য প্রথম কয়েকটি টার্ম যোগ করে থাকি। উদাহরণস্বরূপ চলুন আমরা $\sin(x)$ সিরিজটির প্রথম 5টি টার্মের যোগফল নির্ণয় করি।

- | | | |
|-----|------------------------|-------------------------|
| (ক) | ধরুন, $x=0.523599$ | (30°) |
| | সুতরাং $\sin(x) = 0.5$ | 5টি টার্মের যোগফল = 0.5 |
| (খ) | ধরুন, $x=5.75954$ | (330°) |

$$\text{সুতরাং } \sin(x) = -0.5 \quad 5\text{টি টার্মের যোগফল} = -4.23679$$

x এর মান 30° জন্য সিরিজটির 5 টার্ম পর্যন্ত যোগফল অ্যাকুরেট কিন্তু x এর মান 330° জন্য 5 টি টার্ম পর্যন্ত যোগফল অ্যাকুরেট নয়।

কোন একটি সিরিজ বা ধারার অল্প কয়েক টার্ম নিয়ে যোগফল নির্ণয় করার ফলে ফলাফলে যে ভুল সাধিত হয় তাকে ট্রাংকেশন বা কর্তন ভুল বলে। এ ধরনের ভুলের মাত্রা এড়ানোর উপায় হলো সিরিজটির পদগুলো একের পর এক যোগ করা যতক্ষণ না সিরিজটির সমষ্টিতে গুরুতর কোন পরিবর্তন সাধিত হয়।

কোন একটি সিরিজ বা ধারার অল্প কয়েক টার্ম নিয়ে যোগফল নির্ণয় করার ফলে ফলাফলে যে ভুল সাধিত হয় তাকে ট্রাংকেশন বা কর্তন ভুল বলে।

ভুলের মাত্রা নির্ণয়

যদি x^* কোন সমাধানের আসন্ন মান হয় এবং x তার সঠিক মান হয় তবে ভুলের পরম মান

$$\varepsilon = x - x^*$$

এবং ভুলের আপেক্ষিক মান

$$x^* = x(1 + \varepsilon)$$

$$\text{বা, } \varepsilon = (x^* - x)/x$$

বাইনারী পদ্ধতিতে ভুলের মাত্রা নির্ণয়ের সূত্র

$$\varepsilon_{max} = 2^{-M}$$

ডেসিমাল পদ্ধতিতে ভুলের মাত্রা নির্ণয়ের সূত্র

$$\varepsilon_{max} = 10^{-M}$$

এখানে M হল দশমিকের পরে যতটা ডিজিট বা অংক আছে তার সংখ্যা। যেমন, π এর মান যদি 3.141592 ধরি তবে ভুলের মাত্রা $\varepsilon_{max} = 10^{-6}$ । আবার, π এর মান যদি 3.1415 ধরা হয় তবে ভুলের মাত্রা $\varepsilon_{max} = 10^{-4}$ । M এর মান যত বেশি হবে আসন্নকরণের ফলে সমাধান তত বেশি অ্যাকুরেট হবে। অর্থাৎ সমাধান সঠিক ফলের কাছাকাছি থাকবে।



অনুশীলনী- ১৩.৭

1. কর্তনজনিত ভুল বলতে কি বুঝায়?
2. $\sin(x)$ এর মান নির্ণয় করুন যখন $x=45^\circ$ । সঠিক উত্তর 0.707107। ভুলের মাত্রা নির্ণয় করুন।

পাঠ-৮

এলগরিদম

উদ্দেশ্য

এ পাঠ শেষে আপনি-

- এলগরিদম সম্বন্ধে জ্ঞান লাভ করবেন;
- সমস্যা সমাধানে এলগরিদম তৈরি ও ব্যাখ্যা করতে পারবেন।

এলগরিদম কি?

এলগরিদম সম্বন্ধে জানতে আসুন আমরা একটি উদাহরণ লক্ষ করি। আমরা কম বেশি সকলেই অডিও ক্যাসেটে গান শুনতে ভালবাসি। ধরুন, আপনি রবীন্দ্র সঙ্গীতের একটি অডিও ক্যাসেট শুনতে চান। তাহলে আপনি কি করবেন? এজন্য আপনি নিশ্চয়ই নিম্নোক্ত ধাপগুলো অনুসরণ করবেন।

ধাপ-১ : প্রথম ক্যাসেট প্লেয়ারটি অন করবেন। পাওয়ার আছে কিনা জানবেন।

ধাপ-২ : ক্যাসেটটি হাতে নিয়ে Eject বাটন চাপবেন।

ধাপ-৩ : ক্যাসেটটি Insert করবেন ক্যাসেট বক্সের মধ্যে।

ধাপ-৪ : অবশেষে Play বাটন চাপ দিবেন এবং রবীন্দ্র সঙ্গীত শুনবেন।

ধাপ-৫ : যদি গান শুনতে না চান বা অন্য কোন গান শুনতে চান তবে Stop বাটন চাপ দিবেন। অন্য ক্যাসেট শোনার জন্য উপরোক্ত ধাপ-৩ ও ধাপ-৪ গুলো পর্যায়ক্রমে পুনরাবৃত্তি করবেন।

উপরোক্ত ধাপগুলো হল এক একটি নির্দেশনা বা অপারেশন। এরূপ কতগুলো পর্যায়ক্রমভাবে পরিচালিত অপারেশনের ক্রমই হলো এলগরিদম। কোন সমস্যা সমাধানের জন্য বা কম্পিউটারে কোন গাণিতিক সমস্যা দ্রুত এবং সফলভাবে সমাধানের জন্য প্রয়োজন উপযুক্ত এলগরিদম।

সংজ্ঞা

কোন সমস্যা সমাধানে অথবা কোন গাণিতিক প্রক্রিয়া সম্পন্ন হওয়ার জন্য বা গাণিতিক কোন সমস্যা সমাধানের জন্য সুস্পষ্ট ও নির্দিষ্টভাবে বর্ণনাকৃত নির্দেশ বা অপারেশন সমূহের সসীম পর্যায়ক্রমকে এলগরিদম বলে।

কোন সমস্যা সমাধানে অথবা কোন গাণিতিক প্রক্রিয়া সম্পন্ন হওয়ার জন্য বা গাণিতিক কোন সমস্যা সমাধানের জন্য সুস্পষ্ট ও নির্দিষ্টভাবে বর্ণনাকৃত নির্দেশ বা অপারেশন সমূহের সসীম পর্যায়ক্রমকে এলগরিদম বলে।

এলগরিদমের বৈশিষ্ট্য

এলগরিদমের বৈশিষ্ট্যগুলো নিম্নে প্রদত্ত হলো-

- কোন নির্দিষ্ট সমস্যা সমাধানের জন্য প্রত্যেকটি নির্দেশ বা অপারেশন সঠিক হতে হবে। প্রত্যেকটি নির্দেশ এক এবং অভিন্ন অর্থ বুঝাবে।

- নির্দিষ্ট কোন নির্দেশ সম্পন্ন হওয়ার পর পরবর্তী নির্দেশ বা অপারেশন সম্পন্ন হতে কোন অনিশ্চয়তা থাকবে না।
- হিসাব প্রসেস সম্পন্ন হওয়ার জন্য নির্দিষ্ট সংখ্যক অপারেশনের পর অবশ্যই ফলাফল পাওয়া যাবে অথবা সমাধান পাওয়া যাবে না এ সম্বন্ধে অবহিত করবে।
- হিসাবের সুবিধার জন্য নির্ণয়কৃত এলগরিদমের প্রভাবে গণনা প্রক্রিয়া পৃথক ধাপে বা ছোট ছোট অপারেশনে বিভক্ত হতে পারে।
- সসীম সংখ্যার অপারেশন সম্পন্ন হওয়ার পর 'স্টপ' বা সমাপ্তি অপারেশনে পৌঁছানো সব সময় সম্ভবপর।

এলগরিদম তৈরির উপায়

কোন এলগরিদমে ব্যবহৃত যে কোন নির্দেশ বা কমান্ড সঠিক এবং এক অর্থ বুঝানোর জন্য কতগুলো নিয়ম পালন করতে হয়। এলগরিদম তৈরির প্রধান উপায়সমূহ—

- স্বাভাবিক (নেটিভ) ভাষায় লেখা
- এলগরিদমিক ভাষায় লেখা
- গ্রাফিক্যাল সিম্বল দ্বারা ডায়াগ্রাম অংকন
- প্রোগ্রামিং ভাষায় টেক্সট লেখা।

এলগরিদম তৈরির উপায় নিচে কয়েকটি উদাহরণের সাহায্যে বুঝান হলো।

উদাহরণ : কোন ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে a, b, c । ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল S নির্ণয়ের জন্য এলগরিদম তৈরি করুন।

সমাধান :

ধাপ-১ : বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য a, b, c এর প্রারম্ভিক মান গ্রহণ।

ধাপ-২ : বাহুগুলোর সাহায্যে অর্ধ পরিসীমা $p = \frac{a+b+c}{2}$ এর মান গণনাকরণ।

ধাপ-৩ : ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ নির্ণয়করণ।

ধাপ-৪ : ফলাফল S এর মান প্রিন্ট করা।

ধাপ-৫ : প্রোগ্রাম শেষ করা।


উদাহরণ : $1+2+3+\dots$ ধারাটির প্রথম 20টি পদের সমষ্টি নির্ণয় করুন।

ধাপ-১ : ধারাটির প্রথম পদ ও সাধারণ অন্তর বের করে তাদের মান গ্রহণ।

ধাপ-২ : $S = \frac{n}{2} \{2a+(n-1)d\}$ সূত্রের সাহায্যে ধারাটির সমষ্টি গণনা করতে হবে। এখানে $n =$ পদসংখ্যা, $a =$ প্রথম পদ, $d =$ সাধারণ অন্তর।

ধাপ-৩ : ফলাফল S এর মান প্রিন্ট করা।

ধাপ-৪ : প্রোগ্রাম শেষ করা।

 অনুশীলনী- ১৩.৮

1. এলগরিদম কি? এলগরিদমের বৈশিষ্ট্যগুলো কি কি?
2. এলগরিদম তৈরির উপায় উদাহরণসহ ব্যাখ্যা করুন।
3. $1+3+5+7+\dots$ ধারাটির 20টি পদের সমষ্টি নির্ণয়ের জন্য এলগরিদম তৈরি করুন।
4. আপনার হিসাব বইয়ের ব্যালেন্স নির্ণয়ের জন্য এলগরিদম তৈরি করুন।
5. আয়তাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয়ের জন্য এলগরিদম তৈরি করুন।

পাঠ-৯

প্রবাহ চিত্র

উদ্দেশ্য

এই পাঠ শেষে আপনি-

- প্রবাহচিত্র কি জানবেন;
- সমস্যা সমাধানে প্রবাহচিত্র তৈরি করতে পারবেন।

প্রবাহ চিত্র কি?

কম্পিউটারে কোন সমস্যা সমাধান করার জন্য বা প্রোগ্রাম তৈরির জন্য এলগরিদম গঠন ও তার প্রকাশের জন্য প্রবাহ চিত্র ব্যবহৃত হয়। এলগরিদমকে কতগুলো জ্যামিতিক চিত্রের সাহায্যে সহজভাবে প্রকাশ করে অপারেশনের পর্যায়ক্রমগুলো বুঝানো হয়। প্রবাহ চিত্র হলো এ লগরিদম-এর চিত্ররূপ। চিত্রগুলো 'বক্স' নামে পরিচিত। প্রত্যেকটি বক্সের ভিন্ন ভিন্ন নাম ও ব্যবহার রয়েছে এবং প্রবাহচিত্রে প্রত্যেকটি বক্স একটি অপরটির সাথে তীর চিহ্ন (\rightarrow) দ্বারা সংযুক্ত থাকে। আমেরিকান ন্যাশনাল স্ট্যান্ডার্ড ইনস্টিটিউট প্রবাহ চিত্র নির্ণয় করে এবং ডাটা প্রসেসিং-এর জন্যে সেগুলো ব্যবহার করে। প্রবাহচিত্র বলতে বুঝায়-

- সিস্টেম সমূহের উপাদান ও প্রবাহকে সিম্বল দ্বারা প্রকাশ করা।
- কোন প্রোগ্রামের যুক্তি ও প্রসেসিউরসমূহ সিম্বল দ্বারা প্রকাশ করা।

বক্সগুলোর ব্যবহার অনুসারে বিশেষ কতগুলো জ্যামিতিক গঠন ব্যবহৃত হয়। এ জ্যামিতিক গঠনগুলোর পরিচিতি ও ব্যবহার নিচে বর্ণনা করা হলো।

ছক

বক্সগুলোর নাম	চিত্ররূপ ডায়াগ্রাম	ব্যবহার
ইনপুট বক্স	<pre> graph TD Start([Start]) --> Input[Input] Input --> Progress[Progress] Progress --> Decision{Decision} Decision -- T --> Output[Output] Decision -- F --> Output Output --> Stop([Stop]) </pre>	(ক) এটা দ্বারা কোন ডাটা Read করা বুঝায়।
প্রসেসিং বক্স		(খ) কোন সমস্যার প্রসেসিং-এর সাথে সম্পর্কিত এমন নির্দেশ সমূহ এ বক্সে অন্তর্ভুক্ত থাকে (যেমন গাণিতিক অপারেশন)
লজিক বক্স		(গ) কোন তথ্য 'সত্য' (T) নাকি 'মিথ্যা' (F) পরীক্ষা করার জন্য এ বক্স ব্যবহার করা হয়। সম্ভাব্য দুইটির মধ্যে যে কোন একটি পছন্দ করতে হয়ে।
ফলাফল বক্স		(ঘ) সমাধানের পর ফল পাওয়ার জন্য এ বক্স ব্যবহার করা হয়।
		(ঙ) প্রবাহ চিত্র Start এবং Stop বক্স দ্বারা কোন এলগরিদমের অপারেশনগুলোর শুরু এবং শেষ বুঝানো হয়। প্রবাহ চিত্র শুরু করতে হয় Start দিয়ে আর শেষটা Stop যুক্ত বক্স দ্বারা।

এলগরিদম-কে প্রবাহ চিত্রের মাধ্যমে স্পষ্ট ও বোধগম্য করে প্রকাশের ফলে সমস্যা সমাধান ও প্রোগ্রাম তৈরি সহজতর হয়। তাই প্রোগ্রাম রচনার পূর্বে প্রবাহ চিত্র তৈরি করা প্রয়োজন।

উদাহরণ 1 : কোন ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে a, b, c । ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল S নির্ণয়ের জন্য এলগরিদম ও প্রবাহচিত্র তৈরি করুন।

সমাধান :

ধাপ-১ : a, b, c এর প্রারম্ভিক মান গ্রহণ।

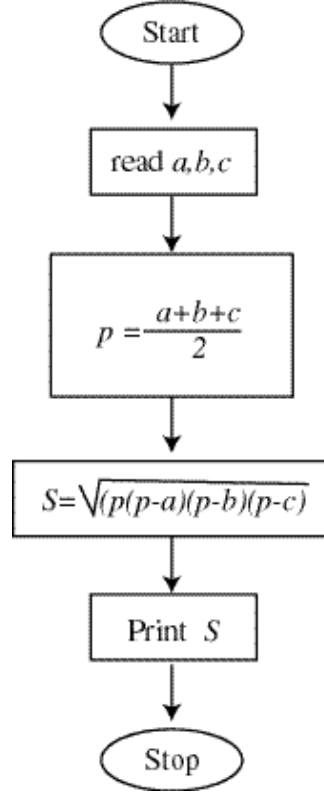
ধাপ-২ : বাহুগুলোর দৈর্ঘ্যের সাহায্যে অর্ধ পরিসীমা $p = \frac{a+b+c}{2}$ এর মান নির্ণয় করণ।

ধাপ-৩ : ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ নির্ণয় করণ।

ধাপ-৪ : ফলাফল S এর মান প্রিন্ট করা।

ধাপ-৫ : প্রোগ্রাম শেষ করা।

প্রবাহ চিত্র নিম্নরূপ-



চিত্র ১৩.৯.১

উদাহরণ-২ : মি. রকিব হাসান ১ জানুয়ারি ১৯৯০ ব্যাংকে সঞ্চয় হিসাব খুলে ২০,০০০ টাকা জমা রাখলেন। ৬% টাকা ষান্মাসিক (৩০শে জুন এবং ৩১শে ডিসেম্বর) সুদে তিনি প্রতি বছর জানুয়ারির ২ তারিখে আরও ৫০০.০০ টাকা করে জমা রাখেন। ১৯৯৮ সাল পর্যন্ত প্রতি বছর ২ জানুয়ারি তারিখে তার হিসাব ব্যালাঙ্গ বের করুন। ব্যাংকের বিধি মোতাবেক ২ জানুয়ারি তারিখে কোন হিসাবের টাকা জমা রাখলে তা ১ জানুয়ারি তারিখে জমা হয়েছে বলে ধরা হয়।

সমাধান :

উপরের সমস্যা সমাধানের জন্য প্রযোজ্য এলগরিদম নিম্নরূপ-

ধাপ-১ : ১৯৯০ সালের ১ জানুয়ারি তারিখে প্রারম্ভিক জমা ২০,০০০ টাকা।

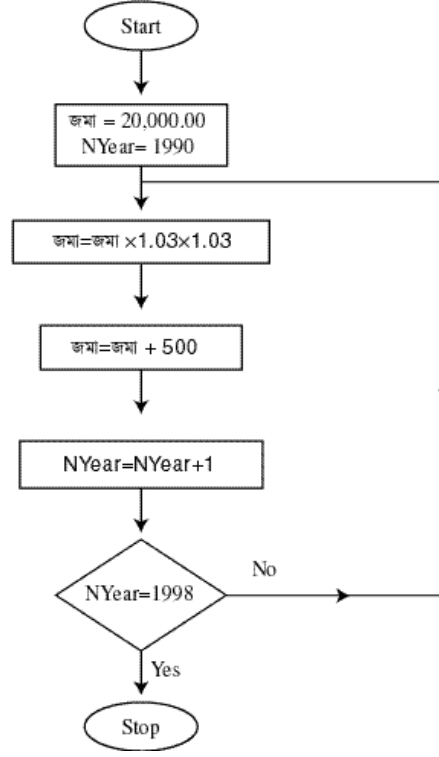
ধাপ-২ : অর্ধ বছর অর্থাৎ ছয় মাস শেষে চলতি হিসাব পাওয়ার জন্য এ ব্যালাঙ্গকে $1+0.06/2=1.03$ দ্বারা গুণ করতে হবে। প্রাপ্ত মানের দ্বিগুণ করলে ১ বছরের ব্যালাঙ্গ পাওয়া যাবে।

সুতরাং প্রথম ছয় মাস পর জমা হবে $20,000.00 * 1.03 = 20,600.00$ টাকা।

এবং পরবর্তী ছয় মাস পর জমার পরিমাণ $20,600.00 * 1.03 = 21,218.00$ টাকা।

ধাপ-৩ : ধাপ-২ এ প্রাপ্ত টাকার অংকের সাথে জমা ৫০০.০০ টাকা যোগ করতে হবে। সুতরাং পরবর্তী বছর জানুয়ারির ২ তারিখে ব্যাংকে জমা টাকার পরিমাণ $21,218.00 + 500.00 = 21,718.00$ টাকা।

ধাপ-৪ : ধাপ-২ থেকে ১৯৯৮ সাল পর্যন্ত গণনাকে পুনরাবৃত্তি করতে হবে। প্রবাহচিত্র নিচে দেখানো হলো—



চিত্র ১৩.৯.২

উদাহরণ-৩ : দ্বিঘাত সমীকরণ $ax^2+bx+c=0$ সমাধানের জন্য এলগরিদম ও প্রবাহচিত্র তৈরি করুন।

সমাধান :

নির্ণায়ক $d=b^2-4ac$ । d এর চিহ্নের উপর নির্ভর করে উক্ত সমীকরণের সমাধান

$$\text{যদি } d=b^2-4ac \geq 0, x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$\text{যদি } d=b^2-4ac < 0 \text{ ধরুন, } \alpha = -\frac{b}{2a}; \beta = \frac{\sqrt{|d|}}{2a}$$

ধাপ-১ : a, b, c এর প্রারম্ভিক মান গ্রহণ এবং নির্ণায়ক d এর মান বের করতে হবে।

ধাপ-২ : d এর মান ধনাত্মক নাকি ঋনাত্মক তা সিদ্ধান্ত গ্রহণপূর্বক সমাধান নির্ণয়।

ধাপ-৩ : যদি $d \geq 0$ হয় হবে সমাধান x_1 ও x_2 এর মান বের করতে হবে নিম্ন সমীকরণের সাহায্যে।

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{d}}{2a}$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{d}}{2a}$$

ধাপ-৪ : মূল x_1, x_2 এর মান প্রিন্ট করা।

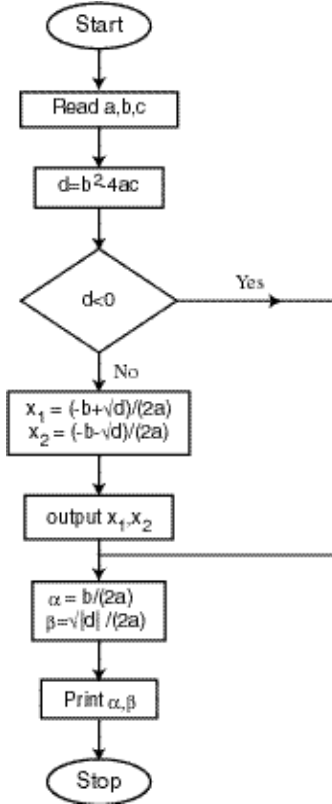
ধাপ-৫ : যদি $d < 0$ হয় তবে বাস্তব মান α এবং কাল্পনিক মান β নির্ণয় করতে হবে অর্থাৎ $x_{1,2} = \alpha + i\beta$,

$$\alpha = \frac{-b}{2a}; \quad \beta = \frac{\sqrt{|d|}}{2a}$$

ধাপ-৬ : α এবং β এর মান প্রিন্ট করা।

ধাপ-৭ : প্রোগ্রাম শেষ করা।

প্রবাহচিত্র নিম্নরূপ-



চিত্র ১৩.৯.৩

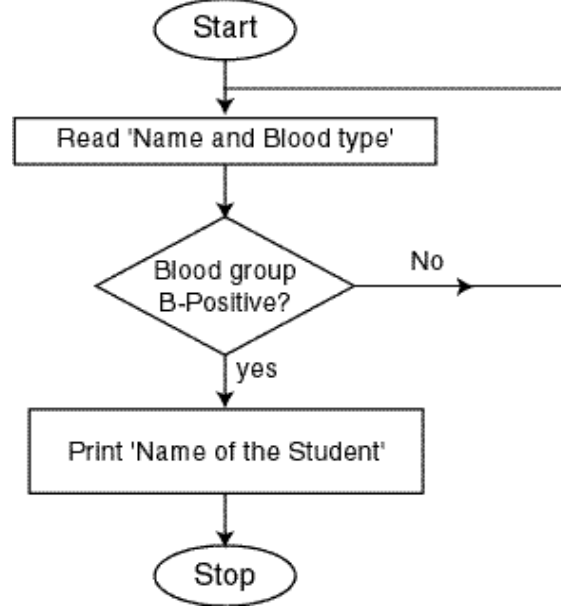
উদাহরণ-৪ : মনে করুন, হাসপাতালে একজন মূর্খ রোগীর জন্য বি-পজেটিভ রক্ত প্রয়োজন। ডোনার হিসেবে বেশ কয়েকজন ছাত্র রক্ত দিতে এসেছে। এক্ষেত্রে হাসপাতালে এমন প্রোগ্রাম তৈরি করতে হবে যে, শুধুমাত্র বি-পজেটিভ রক্ত বেছে নিতে পারে। কম্পিউটারে উক্ত প্রোগ্রাম তৈরির জন্য প্রযোজ্য এলগরিদম ও প্রবাহচিত্র তৈরি করুন।

সমাধান :

ধাপ-১ : ছাত্রদের নাম ও রক্তের গ্রুপ রেকর্ড বা এন্ট্রি করতে হবে।

ধাপ-২ : যদি কোন ছাত্রের রক্ত বি-পজেটিভ হয় তবে ঐ ছাত্রের নাম প্রিন্ট করতে হবে অর্থাৎ ফলাফল বের করতে হবে। অন্যথায় এন্ট্রিকৃত নামগুলোর মধ্যে পুনরায় খুজতে হবে। এভাবে প্রসেস চলবে যতক্ষণ না সবগুলো রেকর্ডকৃত নাম পাঠ করে।

প্রবাহ চিত্র



চিত্র ১৩.৯.৪

অনুশীলনী-১৩.৮

1. প্রবাহ চিত্র কি?
2. প্রবাহ চিত্রের প্রয়োজনীয়তা কি?
3. প্রবাহ চিত্রে ব্যবহৃত সম্বল চিত্রসহ তাদের ব্যবহার বর্ণনা করুন।
4. নিচের সমস্যাগুলো সমাধানের জন্য এলগরিদম বা প্রবাহ চিত্র তৈরি করুন।
 - (ক) 30 জন লোক নিয়ে গঠিত একটি দলের সদস্যদের মধ্যে বয়সের সর্বোচ্চ পার্থক্য বের করুন।
 - (খ) 1 থেকে 365 পর্যন্ত সংখ্যার বিজোড় পূর্ণমানগুলোর সমষ্টি নির্ণয় করুন।
 - (গ) a, b সংখ্যা দুইটির যোগ ও বিয়োগফল নির্ণয়ের এলগরিদম ও প্রবাহ চিত্র তৈরি করুন।
5. একটি আয়তাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয়ের জন্য এলগরিদম ও প্রবাহ চিত্র তৈরি করুন।
6. বৃত্তের ক্ষেত্রফল নির্ণয়ের জন্য প্রবাহ চিত্র তৈরি করুন।