ইউনিট ৪

পৈসুঁ বিন্যাস
(Poission Distribution)

ভূমিকা

পূর্বের ইউনিটে আমরা দ্বিপদী বিন্যাস সম্পর্কে জেনেছি। দ্বিপদী বিন্যাসের মূল স্বীকৃতি হল ঘটনার সংখ্যা জানা আছে যা একটি নির্দিষ্ট সংখ্যায় ঘটিত হয়। কোন কোন ক্ষেত্রে যখন নমুনায় আকার জানা না থাকে এবং নমুনায় আকার যদি অসীম হয় সেই সব ক্ষেত্রে পরামান নির্ণয় করা কঠিন হয়ে পড়ে। তাছাড়া যে সব ক্ষেত্রে সাফল্যের সম্ভাবনা খুবই কম সে সব ক্ষেত্রে পৈসুঁ বিন্যাস ব্যবহার করা হয় কারণ এখানে বিফলতার সংখ্যা জানার প্রয়োজনই হয় না।

উদ্দেশ্য:

এ ইউনিট শেষে আপনি বলতে পারবেন–

- পৈসুঁ বিন্যাসের সংজ্ঞা
- পৈসুঁ বিন্যাসের উদ্ভাবন
- পৈসুঁ বিন্যাসের গড় ও ভেদাংক
- পৈসুঁ বিন্যাসের ধর্মাবলী
- পৈসুঁ বিন্যাসের বিভিন্ন সমস্যাবলী

পাঠ-৪.১ পৈসুঁ বিন্যাস (Poission Distribution)

ভূমিকা

ফরাসী গণিত ও পদার্থবিদ খিমন ডেনিস পৈসুঁ (১৭৮১-১৭৮৪) খৃস্টাব্দ এ বিন্যাসটি আবিস্কার করেন। তাঁর নামানুসারে বিন্যাসটির নামকরণ করা হয় পৈসুঁ বিন্যাস। পৈসুঁ বিন্যাসটি আসলে দ্বিপদী বিন্যাসের সীমিত রূপ।

উদ্দেশ্য

এ পাঠ শেষে আপনি বলতে পারবেন-

- পৈসুঁ বিন্যাসের সংজ্ঞা
- পৈসুঁ বিন্যাসের ধারণা

বিষয়বস্তু

১৮৩৭ সালে ফরাসী গণিত ও পদার্থবিদ ডেনিস পৈসুঁ এ বিন্যাসটি উদ্ভাবন করেন। দ্বিপদী বিন্যাসে যখন সফলতার সম্ভাবনা p খুব ছোট হয় এবং ঘটনার সংখ্যা যদি স্বাধীনভাবে অসংখ্যবার পুনরাবৃত্তি করা হয় তবে দ্বিপদী বিন্যাস, পৈসুঁ বিন্যাসে পরিণত হয়।

পৈসুঁ বিন্যাস: দ্বিপদী বিন্যাসের চেষ্টার সংখ্যা খুব বেশী এবং প্রতিবার চেষ্টায় সফলতার সম্ভাবনা খুব কম হলে অর্থাৎ $n\to \infty$ এবং $p\to 0$ হলে দ্বিপদী বিন্যাস পৈসুঁ বিন্যাস রূপ নেয়। চেষ্টায় সংখ্যা $n-\to\alpha$ এবং প্রতিবার চেষ্টার সফলতার সম্ভাবনা $p\to 0$ হয় তাহলে পৈসুঁ বিন্যাস $p(x) = \frac{e - mmx}{x!}$, $x =$ ০,১,২,.......... ∞

যেখানে, $m = np$; m কে পৈসুঁ বিন্যাসের পরামান বলে এবং e এর মান, e = ২.৭১৮২৮

পৈসুঁ বিন্যাসে মিল করানো ঃ

একটি প্রাপ্ত ঘটনা সংখ্যা বিন্যাসের সাহায্যে পৈসুঁ বিন্যাসের নিয়মানুযায়ী ঘটন সংখ্যা নির্ণয় করার জন্য প্রথমে প্রদত্ত নিবেশনের গাণিতিক গড় নির্ণয় করতে হবে। এভাবে প্রাপ্ত গড়কে পৈসুঁ বিন্যাসের গড় অর্থাৎ m এর সমান দেখিয়ে চলকের সম্ভাবনা p নির্ণয় করতে হবে। প্রাপ্ত নিবেশনের চলকের সংখ্যা S এবং গণনাকৃত X এর সাহায্যে চলকের প্রতিটি মানের সম্ভাবনা নির্ণয় করতে হবে। অতপর চলকের প্রতিটি মানের সম্ভাবনাকে প্রদত্ত নিবেশনের মোট গণসংখ্যা দ্বারা গুন করলে প্রতিটি মানের প্রত্যাশিত গনসংখ্যা পাওয়া যাবে। অতএব,

গড় $= \sum_{x=0}^{n} \frac{fixi}{n}$; i = ১,২, ...n ; $N = \sum_{i=1}^{n} f_i$

অতএব, পৈসুঁ বিন্যাসের গড়, $m = \sum_{i=1}^{n} \frac{fixi}{n} = \bar{x}$

এবং পৈসুঁ বিন্যাসের সূত্র হবে $p(x) = \frac{e - mmx}{x!}$, x = ০,১,২, --- ∞

পৈসুঁ বিন্যাসের উদাহরণ ঃ

১। কোন সুইচ বোর্ডে প্রতি মিনিটে টেলিফোনের সংখ্যা

২। কোন বিমান বন্দরে দুর্ঘটনা কবলিত বিমানের সংখ্যা

৩। কোন পুস্তকে ভুল ছাপার অক্ষরের সংখ্যা

৪। কোন শহরে জন্মান্ধ শিশুর সংখ্যা

৫। রক্তের নমুনায় লোহিত রক্ত কনিকার সংখ্যা

৬। ঢাকা শহরে সড়ক দুর্ঘটনার সংখ্যা

৭। Radioactive পদার্থের সাহায্যে নির্গত α রশ্মির সংখ্যা

৮। একটি নমুনায় ব্যাকটেরিয়ার সংখ্যা

৯। নওয়াপাড়া স্বাস্থ্য কমপ্লেক্স এ রুগী আসার সংখ্যা

ইত্যাদি পৈসুঁ চলক এবং এদের সম্ভাবনা পৈসুঁ বিন্যাসের সূত্রের সাহায্যে নির্ণয় করা হয়।

উদাহরণ : ৩০০ পৃষ্ঠার একটি বই পর্যবেক্ষন করে ছাপার ভুলগুলির বিন্যাস নিম্নরূপে পাওয়া গেল। উক্ত ঘঠনসংখ্যা বিন্যাস হতে পৈসুঁ বিন্যাস মিল করণ করুন।

ছাপার ভূলের সংখ্যা : x	০	১	২	৩	৪	৫	৬
পৃষ্টার সংখ্যা: f	১৩০	৭২	৪০	৩৫	১৫	৬	২

সমাধান: তথ্য রশ্মির গাণিতিক গড়-

$\overline{x} = \sum_{i=1}^{300} \frac{fixi}{n} = \frac{359}{300}=$ ১.১৯৭ এখানে $\overline{x}$ = পৈসুঁ গড় = m

∴ পৈসুঁ বিন্যাসে মিল করানো সূত্রটি হবে

P(x = ০, ১, ২, ৩, ৪, ৫ এবং ৬>) = **Error!**= **Error!**; এখন $e^{1.197}$এর মান নির্ণয় করতে হবে। $e^{-1.197}$= ০.৩০২০৯৯

পৈসুঁ বিন্যাসের সম্ভাবনার জন্য নিম্নের সারণী ব্যবহার করবো।

সারণী :- ছাপার ভুলের সংখার জন্য পৈসুঁ বিন্যাসের মিলকরন।

ছাপার ভুলের সংখ্যা x	পৃষ্ঠার সংখ্যা f	fx	$P(x;m)$ **=Error!**	প্রত্যাশিত ঘটন সংখ্যা E
০	১৩০	০	.০৩০২০৯৯	৯০.৬৩
১	৭২	৭২	.৩৬১৬১৩	১০৮.৪৮
২	৪০	৮০	.২১৬৪২৫	৬৪.৯৩
৩	৩৫	১০৫	.০৮৬৩৫৮	২৫.৯০
৪	১৫	৬০	.০২৫৮৪১	৭.৭৫
৫	৬	৩০	.০০৬১৮৬	১.৮৬
৬>	২	১২	.০০১৪৭৮	.৩৯
মোট	৩০০	৩৬৯	১০০,০০০	

যেহেতু ঘটনসংখ্যা গুলো সর্বদা পূর্ণ সংখ্যা হবে তাই প্রত্যাশিত ঘটন সংখ্যা হবে নিম্নরূপ ঃ

পর্যবেক্ষন ঘটন সংখ্যা : 0	১৩০, ৭২, ৪০, ৩৫, ১৫, ৬, ২
প্রত্যাশিত ঘটন সংখ্যা: E	৯১, ১০৮, ৬৫, ২৬, ৮, ২, ০

নিজে করুন:-

নিচের তথ্যকে পৈসুঁ বিন্যাসের মিল করুন

x:	১, ২, ৩, ৪, ৫, ৬>
f:	১০৫, ১৫০, ৯৭, ৪০, ১২, ৪

সারসংক্ষেপ:

পৈসুঁ বিন্যাস দ্বিপদী বিন্যাসের সীমিত রূপ।

পাঠোত্তর মূল্যায়ন-৪.১:

নৈর্ব্যক্তিক প্রশ্ন:

সঠিক উত্তরের পাশে টিক (√) চিহ্ন দিন:

১। কে পৈসুঁ বিন্যাস উদ্ভাবন করেন।
   ক) খিমন ডেনিস পৈসুঁ   খ) কার্ল ডি ওয়েবার
   গ) R.A Fisher   ঘ) কাজী মোতাহার হোসেন

২। কত সালে পৈসুঁ বিন্যাস উদ্ভাবিত হয়
   ক) ১৮৭৫ সালে   খ) ১৮৯০ সালে
   গ) ১৮৩৭ সালে   ঘ) ১৮৭৩ সালে

৩। পৈসুঁ বিন্যাসের পরামান কোন্‌টি?
   ক) ০   খ) m
   গ) $x^২$ ঘ) t

৪। e এর মান কত?
   ক) ১.৫৯২৭৫   খ) ০.৩৭৯৮৫২
   গ) ২.৭১৮২৮   ঘ) .৯৯৭২৫৩৯

৫। পৈসুঁ বিন্যাসের সফলতার সম্ভাবনা কত হবে?
   ক) খুব কম   খ) কম
   গ) বড়   ঘ) শূন্য

৬। পৈসুঁ বিন্যাসের চেষ্টার সংখ্যা কত হবে।
   ক) অসীম   খ) বেশী
   গ) কম   ঘ) শূন্য

সত্য/মিথ্যা নির্ণয়ঃ

৭। পৈসুঁ বিন্যাস আসলে দ্বিপদী বিন্যাসের সীমিত রূপ।

৮। $p \to 0$ হলে দ্বিপদী বিন্যাস পৈসুঁ বিন্যাসে রূপ নেয় না।

শুণ্যস্থান পূরণ করুন ঃ

৯। পৈসুঁ বিন্যাস, P(x) = ...

১০। .... নামানুসারে পৈসুঁ বিন্যাসের নামকরন করা হয়।

বাক্য মিলানো ঃ

১১। ডেনিস পৈসুঁ	ক) পৈসুঁ বিন্যাস ব্যবহার করা হয়
১২। রক্তের নমুনায় লোহিত কনিকার সংখ্যা নির্ণয়ে	খ) ফরাসী গণিত ও পদার্থবিদ

পাঠ-৪.২ পৈসুঁ বিন্যাসের সম্ভাবনা অপেক্ষক উদ্ভাবন

ভূমিকা

আমরা পৈসুঁ বিন্যাসের সংজ্ঞায় সম্ভাবনা জেনেছি, ঘটনার সংখ্যা অসীম হলে এবং ঘটনার সফলতার সম্ভাবনা খুব কম হলে পৈসুঁ বিন্যাস ব্যবহার করে ঘটা ও না ঘটায় সংখ্যা নির্ণয় করতে পারি। দ্বিপদী বিন্যাসের সফলতা ও বিফলতার সম্ভাবনা বের করা হয়। যদি অনেকগুলি চেষ্টার মধ্যে সফলতার সংখ্যা খুব কম হয় তবে দ্বিপদী বিন্যাসের সাহায্যে সফলতার সম্ভাবনা বের করা যায় না। এবং এক্ষেত্রে দ্বিপদী বিন্যাস পৈসুঁ বিন্যাসে রূপ নেয়।

উদ্দেশ্য:

এ পাঠে আপনি বলতে পারবেন–

- দ্বিপদী বিন্যাস থেকে পৈসুঁ বিন্যাসে রূপান্তর
- পৈসুঁ চলকের সম্ভাবনা সমষ্টি
- কতিপয় সমস্যার সমাধান।

বিষয়বস্তু:

দ্বিপদী বিন্যাস কয়েকটি শর্ত সাপেক্ষে পৈসুঁ বিন্যাসে রূপান্তরিত হয়। শর্ত গুলি নিচে দেওয়া হলো:

১। দ্বিপদী বিন্যাসে চেষ্টার সফলতার সম্ভাবনা খুব কম অর্থাৎ $p \rightarrow ০$ হতে হবে

২। দ্বিপদী বিন্যাসের চেষ্টার সংখ্যা অসীম হতে হবে অর্থাৎ $n \rightarrow \alpha$ $(n > 50)$

৩। দ্বিপদী বিন্যাসের গড়, $np = m$ (ধ্রুবক সংখ্যা) হতে হবে

আমরা জানি, দ্বিপদী চলক x এর সম্ভাবনা অপেক্ষকঃ

$$p(x;n.p) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x};\ x = ০,১, \ldots\ldots\ldots\ldots\ n$$

$$= \textbf{Error!} p^x q^{n-x}$$

$$= \textbf{Error!};\ \ldots\ldots\ldots\ \because\ np = m \text{ fi} p = \frac{m}{n}$$

$$= \textbf{Error!}.\ \frac{m^x}{n^x}.\left(1 - \frac{m}{n}\right)^x \left(1 - \frac{m}{n}\right)^n$$

$$= \textbf{Error!}$$

এখন x এর একটি বিশেষ মানের জন্য $\text{Lim}\left(1 - \frac{m}{n}\right)^{-n} = ১$

আবার, **Error!**= **Error!**

$$= \underset{n□□}{\text{Lim}} \frac{nx\left[1 - \frac{1}{n} \ldots\ldots \left(1 - \frac{x-1}{n}\right)\right]}{nx} = ১$$

এবং $\lim_{n\to\infty}\left(1-\frac{m}{n}\right)^n = e^{-m}$

অতএব **Error!**

অর্থাৎ m পরামান বিশিষ্ট অপেক্ষকটিই হল পৈসুঁ বিন্যাস যাহা -

$p(x;m) = e^{-m}.\frac{mx}{x!}; x = ০,১, ... \infty$

যদি p খুব ছোট হয় অর্থাৎ $p\to০, n\to\infty$ এবং np = m হয় সে ক্ষেত্রেও দ্বিপদী বিন্যাস পৈসুঁ বিন্যাসে রূপান্তরিত হয়।

পৈসুঁ বিন্যাসের সম্ভাবনা সূত্রঃ

$\lim_{\substack{n\to\infty \\ p\to 0 \\ np\to m}}$ দ্বিপদী বিন্যাস = পৈসুঁ বিন্যাস

উদাহরণ : ফিলিপ্স বাল্ব কোম্পানীতে উৎপাদিত বাল্বের ১% খারাপ। উৎপাদিত বাল্বের মধ্যে ১. একটিও খারাপ নয় ২. কম পক্ষে একটি খারাপ ৩. বড় জোড় ১টি খারাপ হওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় করুন।

সমাধানঃ ফিলিপ্স কোম্পানীতে বাল্ব উৎপাদন ক্ষেত্রে দেওয়া আছে n = ১০০ ($n\geq$৫০)

প্রতিটি বাল্ব খারাপ হওয়ার সম্ভাবনা, p = ১% = $\frac{1}{100}$ = .০১

এখানে n খুব বড় ও p খুব ছোট অর্থাৎ $n\to\infty$ এবং $p\to 0$ অতএব, নির্ণেয় সম্ভাবনা পৈসুঁ বিন্যাসের সূত্রের সাহায্যে নির্ণয় করা সম্ভব -

আমরা জানি, পৈসুঁ বিন্যাসের সম্ভাবনা সূত্র

$p(x;m) = e^{-m}.\frac{mx}{x!}; x = ০,১, ... ১০০$

এখানে, m = np = ১০০∞.০১ = ১

১। একটি বাল্বও খারাপ না হওয়ার সম্ভাবনা

$\therefore P(0;.১) = e^{-1}.\frac{1^o}{0!}$ = .৯০৪৮৪

$\therefore e^{-1}$ = .৯০৪৮৪

২। কমপক্ষে ১ টি বাল্ব খারাপ হওয়ার সম্ভাবনা

$p(x<১) = ১-p(x = ০) =$ ১ -.৯০৪৮৪ = .০৯৫১৬

৩। বড় জোড় ১টি বাল্ব খারাপ হওয়ার সম্ভাবনা-

$p(x\leq১) = p(x=০)+p(x = ১)$

$= .৯০৪৮৪+$ **Error!**

$= .৯০৪৮৪+\frac{.9484}{1}\ \infty.১$

$= .৯০৪৮৪+.০৯০৪৮$

$= .৯৯৫৩২$

নিজে করুন:

কোন সাবান কোম্পানীর উৎপাদিত সাবানের ২% খারাপ। সাবান গুলি ১০টি প্যাকেটে সরবরাহ করা হল। ২০০০টি প্যাকেটের মধ্যে কয়টি প্যাকেটে

১। ০টি সাবান খারাপ।

২। ১টি সাবান খারাপ।

৩। বড় জোর একটি সাবান খারাপ।

সারসংক্ষেপ:

দ্বিপদী বিন্যাসের $p\rightarrow 0, n\rightarrow \alpha$ হলে, দ্বিপদী বিন্যাস পৈসুঁ বিন্যাসে রূপান্তরিত হয়।

পাঠোত্তর মূল্যায়ন-৪.২:

নৈর্ব্যক্তিক প্রশ্ন:

সঠিক উত্তরের পাশে টিক (√) চিহ্ন দিন:

১। দ্বিপদী বিন্যাস, পৈসূঁ বিন্যাসের রূপ নেয় যখন

ক) $n = ০, P = ০$ খ) $n = ০, P\rightarrow\infty$

গ) $n = ২, P\rightarrow\infty$ ঘ) $n\rightarrow\infty, P\rightarrow ০$

২। $\underset{n\square\square}{\text{Lim}}(1-\frac{m}{n})^{-n}$

ক) ০ খ) ১০ - 50

গ) ১ ঘ) ১০^{50}

সত্য/মিথ্যা নির্ণয়ঃ

৩। দ্বিপদী বিন্যাস কখনই পৈসুঁ বিন্যাসে রূপান্তর করা যায় না।

৪। পৈসুঁ বিন্যাসের গড় একটি ধ্রুবক।

শুণ্যস্থান পূরণ করুন ঃ

৫। পৈসুঁ বিন্যাসের গড়, m = ... যখন $n \to \infty; P \to ০$

৬। $\lim_{n \to \infty} \left[1 - \frac{m}{n}\right]^n$ = ...

৭। Lim $n \to \infty$ দ্বিপদী বিন্যাস = ...

$P \to ০$

$np \to m$

বাক্য মিল করুনঃ

৮। দ্বিপদী বিন্যাসে	ক) $n \to \alpha$ এবং $P \to ০$ হতে হবে
৯। দ্বিপদী বিন্যাসকে পৈসুঁ বিন্যাসে রূপান্তরিত হতে হলে	খ) $\frac{e^{-m} m^x}{x!}$; x=০, ১, ... α
১০। P(x, m) =	গ) সফলতা ও বিফলতার সম্ভাবনা বের করা হয়

পাঠ-৪.৩ পৈসুঁ বিন্যাসের গড় ও ভেদাংক নির্ণয়

ভূমিকা

পৈসুঁ বিন্যাসের পরামান হল গড় ও ভেদাংক। এ বিন্যাসের পরামান গুলি নির্ণয় করার বিভিন্ন পদ্ধতি রয়েছে। এ পাঠে আমরা কিভাবে পরামান নির্ণয় করা যায় সে বিষয়ে আলোচনা করবো।

উদ্দেশ্য

এ পাঠে আপনি লিখতে পারবেন

- গড় কিভাবে নির্ণয় করা যায়
- ভেদাংক কিভাবে নির্ণয় করা যায়
- বিভিন্ন সমস্যার সমাধান

বিষয়বস্তু

আমরা পূর্ব পাঠে জেনেছি পৈসুঁ বিন্যাসের অপেক্ষক,

$p(x;m) = \frac{e^{-m}m^{x}}{x!}$; $x =$ ০,১, ... ∞

এখানে m, পৈসুঁ বিন্যাসের পরামান

অতএব, পৈসুঁ বিন্যাসের সম্ভাবনার সমস্টি

Error!

এখানে, **Error!**= **Error!**

= **Error!**

$= \frac{e^{-m}m^{0}}{0!} + e^{-m}\frac{m^{1}}{1!} + e^{-m}\frac{m^{2}}{2!} + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$= e^{-m} + e^{-m}\frac{m}{1!} + e^{-m}\frac{m^{2}}{2!} + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$= e^{-m}\left[1 + \frac{m}{1!} + \frac{m^{2}}{2!} + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\right]$

$= e^{-m}\,[e^{m}]$

= ১ $\quad \therefore \sum_{x=0}^{\square} p$

আমরা বলতে পারি পৈসুঁ বিন্যাসের সম্ভাবনার সমষ্টি = ১

পৈসুঁ বিন্যাসের গড়ঃ

পৈসুঁ বিন্যাসের অপেক্ষক -

$p(x;m) \quad \frac{e^{-m}m^{x}}{x!}$; $x =$ ০,১, ... ∞

আমরা জানি, গড় = $E(x) =$ **Error!**

$= \sum_{x=0}^{\square} e^{-m}\frac{m^{x}}{x!}.x$

= op(০;m)+১.p(১;m)+২.p(২;m)+.............

$=$ ০+১. $\frac{e^{-m}m^{1}}{1!}$ +২. $\frac{e^{-m}m^{2}}{2!}$ +৩ . $\frac{e^{-m}m^{3}}{3!}$ $+ \ldots\ldots\ldots$

$= m\left[e^{-m} + \frac{e^{-m}m^{1}}{1!} + \frac{e^{-m}m^{2}}{2!} + \ldots\ldots\ldots\ldots\right]$

$$= m.\, e^{-m}\left[1+\frac{m}{1!}+\frac{m2}{2!}+\ldots\ldots\ldots\ldots\right]$$

$$= m\,.\, e^{-m}.\, e^{m} \because \quad e^{-m} = ১ + \frac{m}{1!} + \frac{m2}{2!} + \ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$= m$$

$\therefore$ গড়, $E(x) = m$

$\therefore$ পৈসুঁ বিন্যাসের গড় = 'm'

পৈসুঁ বিন্যাসের ভেদাংক:

আমরা জানি, কোন বিন্যাসের ভেদাংক,

$V(x) = E(x^{২}) - [E(x)^{২}]$

= **Error!**

Error!

এখন,**Error!**

$= ০+০+২p(২;m)+৬p(৩;m)+\ldots\ldots\ldots\ldots$

$$= ২.\, e^{-m}\frac{m2}{2!} + ৬\, e^{-m}\frac{m3}{3!} + \ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$= m^{২}.\left[\frac{e^{-m}}{1!} + e^{-m}\frac{m}{1!} + e^{-m}.\frac{m2}{2!} + \ldots\right]$$

$$= m^{২}.e^{-m}\left[1+\frac{m}{1!}+\frac{m2}{2!}+\ldots\ldots\ldots\ldots\right]$$

$$= m^{২} e^{-m} e^{m}$$

$$= m^{২}$$

$\therefore$ **Error!**

Error!

$\therefore V(x) = m^{২}+m-(m)^{২}$

$= m^{২}+m-m^{২}$

$= m$

$\therefore V(x) = m.$

$\therefore$ পৈসুঁ বিন্যাসের ভেদাংক = m

পৈসুঁ বিন্যাসের আদর্শ বিচ্যুতি :

আমরা জানি,

আদর্শ বিচ্যুতি, = $\sqrt{\dagger\ f`vsK}$

এখানে পৈসুঁ বিন্যাসের ভেদাংক = m

পৈসুঁ বিন্যাসের আদর্শ বিচ্যুতি $= \sqrt{m}$

পৈসু বিন্যাসের গড় ও ভেদাংক সমান অর্থাৎ, গড় = ভেদাংক = m

উদাহরণঃ পৈসুঁ বিন্যাস, $p(x;৮) = e^{-8}\frac{8^x}{x!}$ হলে গড় ও ভেদাংক নির্ণয় করুন।

সমাধানঃ দেওয়া আছে পৈসুঁ বিন্যাস $p(x;৮) = e^{-8}\frac{8^x}{x!}$; $x = ০,১,............. \infty$

$\therefore$ E**Error!**= **Error!**

$= ০p(০,৮)+১p(১;৮)+২p(২;৮)+.............................$

$= ৮e^{-8}\left[1+\frac{8}{1!}+\frac{8^2}{2!}+.............\right]$

$= ৮.e^{-8}.e^{8}$

$= ৮$

$\therefore$ গড় = ৮

ভেদাংক, $V(x) = E[x^২] - [E(x)]^২$

এখানে, $E[x^২] = E[x(x-১)+x]$

= **Error!**

$= [০.(০-১)p(০;৮)+১(১-১)p(১;৮) +........]+৮$

$= \left[0+0+8^2.e^{-8}+8^3.\frac{e^{-8}}{1!}\right]+ ....)+৮$

$= e^{-8}৮২\left[1+\frac{8}{1!}+\frac{8^2}{2!}+.............\right]+৮$

$= ৮^২ e^{-8}. e^{8}+৮ = ৮২+৮$

$= ৬৪ + ৮$

$= ৭২$

$\therefore$ ভেদাঙ্ক $V(x) = E[x^২]-[E(x)]^২ = ৭২-(৮)^২ = ৭২-৬৪ = ৮$ অর্থাৎ $V(x) = ৮$

নিজে করুন ঃ

দেওয়া আছে, P =.৫০ and n = ১000, পৈসুঁ বিন্যাসের গড় ও ভেদাংক নির্ণয় করুন।

সারসংক্ষেপঃ

পৈসুঁ বিন্যাসের গড় = m, পেদাঙ্ক = m

পাঠোত্তর মূল্যায়ন-৪.৩:

নৈর্ব্যক্তিক প্রশ্ন:

সঠিক উক্তরের পাশে টিক (√) চিহ্ন দিন:

১। পৈসুঁ বিন্যাসের পরামান হল

ক) m　　　　খ) x

গ) ∞　　　　ঘ) e

২। পৈসুঁ বিন্যাসের সম্ভাবনার সমষ্টি-

ক) .১০　　　　খ) .১০০

গ) ১　　　　ঘ) .৯৯

সত্য/মিথ্যা নির্ণয়ঃ

৩। পৈসুঁ বিন্যাসের গড় ও ভেদাংক সমান

৪। দ্বিপদী বিন্যাসকে শর্ত সাপেক্ষে পৈসুঁ বিন্যাসে রূপান্তরিত করা যায় না।

শুণ্যস্থান পূরণ

৫। পৈসুঁ বিন্যাসের গড় ------------ ।

৬। পৈসুঁ বিন্যাসের ভেদাংক --------- ।

৭। পৈসুঁ বিন্যাসের আদর্শ বিচ্যুতি ------ ।

বাক্য মিলানো ঃ

৮। পৈসুঁ বিন্যাসের গড়	ক) $\frac{e^{-m}m^{x}}{x!}$; $x =$ ০,১, ... ∞
৯। পৈসুঁ বিন্যাসের সম্ভাবনার	খ) ভেদাংকের সমান
১০। পৈসুঁ বিন্যাসের অপেক্ষক	গ) সমষ্টি ১।

পাঠ-৪.৪ পৈসুঁ বিন্যাসের ধর্মাবলী ও ব্যবহার

ভূমিকা

পৈসুঁ বিন্যাসের পরামান, গড় এবং ভেদাংক জানার পর প্রয়োজন হয় কোন ক্ষেত্রে পৈসুঁ বিন্যাস ব্যবহার করা যায়। পৈসুঁ বিন্যাসের বৈশিষ্ঠ্য কি? এ পাঠে আমরা পৈসুঁ বিন্যাসের ধর্মাবলী প্রমাণ ও ব্যাবহার সম্পর্কে আলোচনা করব।

উদ্দেশ্য

এ পাঠ শেষে আপনি ব্যাখ্যা করতে পারবেন–

- পৈসুঁ বিন্যাসের ধর্মাবলী সম্পর্কে
- পৈসুঁ বিন্যাসের ধর্মের প্রমাণ
- ব্যবহার সম্পর্কে

বিষয়বস্তুঃ

পৈসুঁ বিন্যাসের ধর্মগুলি নিম্নে দেওয়া হলঃ

১। পৈসুঁ বিন্যাস বিচ্ছিন্ন চলকের একটি সম্ভাবনা বিন্যাস

২। পৈসুঁ বিন্যাসের একটি মাত্র পরামান আছে।

৩। পৈসুঁ বিন্যাসের আদর্শ বিচ্যুতি $\sqrt{civgvb}$অর্থাৎ $\sqrt{m}$

৪। দু'টি স্বাধীন চলকের যোগফল একটি পৈসুঁ চলক

৫। পৈসুঁ বিন্যাস ধনাত্মক বঙ্কিম বিন্যাস, ইহার বঙ্কিমাংক, $\beta_{১} = \frac{1}{m}$এবং অতি সুচালু অর্থাৎ সুচলাক্ষ

$\beta_{২} = ৩+\frac{1}{m}$

৬। পৈসুঁ বিন্যাসের পরামান অসীম হলে, পরিমিত(Normal)' বিন্যাসের রূপ নেয়

৭। পৈসুঁ বিন্যাসের গড় ও ভেদাংক সমান

ধর্ম ও প্রমাণঃ

দু'টি স্বাধীন চলকের যোগ ফল একটি পৈসুঁ চলক

প্রমাণঃ যদি $x_{১}$ ও $x_{২}$ দুটি স্বাধীন চলক এবং উহাদের পরামান যথাক্রমে $m_{১}$, $m_{২}$ তখন,

$X = x_{১}+x_{২}$ একটি স্বাধীন চলক যার পরামান $m = m_{১}+m_{২}$

এখন, পৈসুঁ বিন্যাসের সংজ্ঞানুসারে-

$p(x_{১};m_{১})$ = e**Error!**এবং

$p(x_{২};m_{২})$ = e**Error!**

আবার,

p**Error!**

= **Error!**; r=০, ১, ২, ... k

= **Error!**

=**Error!**

= e**Error!**

= e**Error!**

= **Error!**

$$= \frac{e^{-(m_1+m_2)}}{k!}[m_1^{k} + {}^{k}c_1(m_2)^{k-1}m_1 + \ldots\ldots(m_1)^{k}]$$

= Error!

= Error!

fi$x$১ ও x২ চলক একটি পৈসঁু চলক যার পরামান (m১+m২)।

পৈসঁু বিন্যাসের ব্যবহার

যে সব ক্ষেত্রে সাফল্যের সংখ্যা খুবই কম এবং ঘটনার ঘটনা সংখ্যা অনেক সে সব ক্ষেত্রে পৈসঁু বিন্যাস ব্যবহার করা হয়। যেমন, টাইপের ভুল, এক্সিডেন্ট, টেলিফোন কল, বিমান বন্দরের দূর্ঘটনা ইত্যাদি ক্ষেত্রে পৈসঁু বিন্যাস ব্যবহার করা হয়।

নিজে করুন :

১। যদি পৈসঁু বিন্যাসের পরামান, m = ৫ হয়, তবে সে ক্ষেত্রে পৈসঁু বিন্যাসের গড় ও ভেদাংক নির্ণয় করুন।

২। পৈসঁু বিন্যাসে p(২;m) = $\frac{1}{2}$p(৩;m)হয় সে ক্ষেত্রে p(৪;m) = ? p(২;m)বিন্যাসের ক্ষেত্রে প্রমাণ করুন গড় = m, ভেদাংক = m

সারসংক্ষেপঃ

পৈসঁু বিন্যাসের একটি মাত্র পরামান রয়েছে।

পাঠোত্তর মূল্যায়ন-৪.৪

নৈর্ব্যক্তিক প্রশ্নঃ

সঠিক উত্তরের পাশে টিক (√) চিহ্ন দিনঃ

১। পৈসঁু বিন্যাসের সূচলতা, β_2 সমান

ক) ৩+০ খ) ৩+$\frac{10}{m}$

গ) ৩+$\frac{1}{m}$ ঘ) ৩+$\frac{m}{5}$

২। পৈসঁু বিন্যাসের বঙ্কিমাংক β_1 সমান

ক) $\frac{m}{5}$ খ) $\frac{m^2}{5}$

গ) $\frac{1}{m}$ ঘ) $\frac{5}{m^2}$

সত্য/মিথ্যা নির্ণয় ঃ

৩। পৈসঁু বিন্যাসের একাধিক পরামান আছে।

৪। দুটি স্বাধীন চলকের যোগফল একটি পৈসঁু চলক।

শুণ্যস্থান পূরণ ঃ

৫। সূচলতা, β_2= ------------ ।

৬। বঙ্কিমাংক, β_1= ---------- ।

বাক্য মিলানো ঃ

৭। পৈসুঁ বিন্যাসের পরামান অসীম হলে	ক) টেলিফোন কল, টাইপের ভুল ইত্যাদি ক্ষেত্রে
৮। পৈসুঁ বিন্যাস ব্যবহার করা হয়	খ) ঋণাত্নক বঙ্কিম বিন্যাস
৯। পৈসুঁ বিন্যাস একটি	গ) পরিমিত বিন্যাসে রূপ নেয়

চূড়ান্ত মূল্যায়ন-৪

রচনামুলক প্রশ্ন

১। পৈসুঁ বিন্যাসের সংজ্ঞা লিখুন? পৈঁসু বিন্যাসের ব্যবহার ক্ষেত্র গুলি লিখুন।

২। পৈসুঁ বিন্যাসের গড় ও ভেদাঙ্ক নির্ণয় করুন।

৩। প্রমাণ করুন, পৈসুঁ বিন্যাস দ্বিপদী বিন্যাসের একটি পরিবর্তিত রূপ।

৪। পৈসুঁ বিন্যাসের আদর্শ বিচ্যুতি নির্ণয় করুন।

৫। পৈসুঁ বিন্যাসের ধর্মগুলি আলোচনা করুন।

৬। ধরা যাক, দু'টি বিচ্ছিন্ন চলক পৈঁসু বিন্যাস মেনে চলে এবং p(x=১) = p (x=3) ও p(y=3)=p(y=4) হলে বিন্যাসটির পরামান নির্ণয় করুন এবং গড় ও ভেদাঙ্কের মান নির্ণয় করুন।

৭। "পৈসুঁ বিন্যাসের গড় ও ভেদাঙ্ক সমান" প্রমান করুন? পৈসুঁ বিন্যাস অনুসরণ করে এমন কিছু বাস্তব উদাহরণ লিখুন।

উত্তরমালাঃ

৪.১: ১।ক ২।গ ৩।খ ৪।গ ৫।ক ৬।ক ৭।সত্য ৮।মিথ্যা

৯। $\frac{e - mmx}{x!}$; x = (0, ১, 2, ... ∞) ১০। ডেনিস পৈসুঁ ১১।খ ১২।ক

৪.২: ১।ঘ ২।গ ৩।মিথ্যা ৪।সত্য ৫।np ৬।১ ৭।পৈসুঁ বিন্যাস ৮।গ ৯।ক

৪.৩: ১।ক ২।গ ৩।সত্য ৪।মিথ্যা ৫।m ৬।m ৭।$\sqrt{m}$৮।গ ৯।ক ১০।খ

৪.৪: ১।গ ২।গ ৩।মিথ্যা ৪।সত্য ৫।৩+$\frac{1}{m}$৬।$\frac{1}{m}$৭।গ ৮।ক ৯।খ