



## পরীক্ষণের নকশা (Experimental Design)

### ভূমিকা:

কোন কোন ক্ষেত্রে গবেষণাকারী তথ্য সংগ্রহ বা কোন প্রশ্নের উত্তরের জন্য যে পরীক্ষা পরিচালনা করে থাকেন সেটাই পরীক্ষণ। যেমন, ধরা যাক কৃষি ক্ষেত্রে কয়েক প্রকার সারের কার্যকারিতা যাচাই করতে হবে অর্থাৎ কোন সারটা বেশী উপযোগী এবং বিভিন্ন সারের প্রভাবের মধ্যে পার্থক্য কেমন ইত্যাদি যাচাই করতে হবে। এ জাতীয় যাচাই এর ক্ষেত্রে তথ্য সংগ্রহের জন্য পরীক্ষণের নকশার মাধ্যমে সংগৃহীত তথ্যের ভেদাংক থাকে। এ ভেদাংক বিভিন্ন কারণে হয়ে থাকে। তথ্যের মোট ভেদাংককে তথ্যের শ্রেণীবিন্যাস অনুসারে কয়েকভাগে ভাগ করে বিশ্লেষণ করাকে ভেদাংক বিশ্লেষণ বলে। পরীক্ষণের নকশা এবং ভেদাংক বিশ্লেষণ অঙ্গাঙ্গিভাবে জড়িত। আর, এ, ফিশার প্রথমে এ পদ্ধতি কৃষিক্ষেত্রে ব্যবহার করেন বর্তমান অন্যান্য ক্ষেত্রেও এর ব্যাপক ব্যবহার হয়ে থাকে। এ ইউনিটের বিভিন্ন পাঠে পরীক্ষণের নকশা সংক্রান্ত বিভিন্ন সংজ্ঞা, বিভিন্ন প্রকার পরীক্ষণের নকশা সম্পর্কে আলোচনা করা হয়েছে।

### উদ্দেশ্য

এ ইউনিট শেষে আপনি বলতে পারবেন-

পরীক্ষণের নকশা সম্পর্কিত বিভিন্ন সংজ্ঞা

- সম্পূর্ণ দৈবায়িত নকশা
- দৈবায়িত ব্লক নকশা
- লাতিন বর্গ নকশা

পাঠ-১১.১

পরীক্ষণের নকশা সম্পর্কিত বিভিন্ন সংজ্ঞা

(Definations Related to Experimental Design)

**ভূমিকা:**

পরীক্ষণের নকশা পরিসংখ্যান বিষয়ের একটি গুরুত্বপূর্ণ অংশ।

এ পাঠে পরীক্ষণের নকশা সম্পর্কিত বিভিন্ন সংজ্ঞা আলোচনা করা হল।



**উদ্দেশ্য**

এ পাঠ শেষে আপনি

- চর্যা, পরীক্ষণের একক, ব্লক, উৎপাদন এবং পরীক্ষণের ত্রুটি সম্বন্ধে ব্যাখ্যা করতে পারবেন।
- পরীক্ষণের নকশার মূলনীতি সমূহ বলতে পারবেন।
- পরীক্ষণের নকশার প্রাথমিক পরিকল্পনা সম্পর্কে বলতে পারবেন।



**চর্যা (Treatment)**

কোন পরীক্ষণের যে জিনিসের প্রভাব পরিমাপ করে তুলনামূলক যাচাই করা হয় তাকে চর্যা বলে। যেমন বিভিন্ন প্রকার সার, বিভিন্ন ধরণের ফসল, বিভিন্ন জাতের পশু, বিভিন্ন প্রকার ঔষধ ইত্যাদি।

**পরীক্ষণের একক (Expermental Unit) :**

যে ক্ষেত্রের উপর পরীক্ষণের চর্যাগুলোর প্রভাব পরিমাপের জন্য প্রয়োগ করা হয় ঐ ক্ষেত্রগুলিকে পরীক্ষণের একক বলে। যেমন-বিভিন্ন জাতের ধানের পরীক্ষণের জন্য জমির খন্ড, ঔষধের প্রকার পরীক্ষণের জন্য রোগী ইত্যাদি পরীক্ষণের একক।

**ব্লক (Block) :**

একই গুণ সম্পন্ন কতগুলি পরীক্ষণের একক একত্রে ব্লক তৈরী করে। যেমন- কোন কৃষি পরীক্ষণের একই উর্বরতা সম্পন্ন কতগুলি জমির খন্ড বা প্লট একসাথে করে ব্লক তৈরী করা যায়।

**উৎপাদন (Yield) :**

পরীক্ষণের এককের উপর চর্যা প্রয়োগ করলে চর্যার এবং পরীক্ষণের এককের প্রভাবে যে ফলাফল বা প্রতিক্রিয়া হয় তাকে উৎপাদন বলে। যেমন- ধান চাষের পরীক্ষণে প্রতি প্লটে ধানের ফলনকে ঐ প্লটের উৎপাদন বলে।

## পরীক্ষণের ত্রুটি (Experimental Error) :

শুধুমাত্র চর্যা ও পরীক্ষণের একক দ্বারাই পরীক্ষণের ফলাফল প্রভাবিত হয় না। কিছু অনিয়ন্ত্রিত উৎস দ্বারাও পরীক্ষণের ফলাফল সামান্য প্রভাবিত হতে পারে। এই অনিয়ন্ত্রিত উৎস সমূহের কারণে যে ত্রুটির উদ্ভব হয় তাকে পরীক্ষণের ত্রুটি বলে। এ ত্রুটির কারণে চর্যার প্রভাব ক্ষতিগ্রস্ত হয়। পরীক্ষণের ত্রুটি যত কম হবে পরীক্ষণের ফলাফল তত সঠিক হবে। উদাহরণস্বরূপ, সমগুণ সম্পন্ন কয়েকটি প্লটে একই জাতের ধানের চাষ করলে দেখা যাচ্ছে বিভিন্ন কারণে (যেমন- পোকামাকড় দ্বারা ক্ষতিগ্রস্ত, পানির তারতম্য ইত্যাদি) ধানের উৎপাদন প্রতিটি প্লটে সমান হয়নি।

## পরীক্ষণের নকশার মূলনীতি (Principles of Experimental design) :

পরীক্ষণের নকশা তিনটি মূলনীতির উপর ভিত্তি করে সম্পন্ন করা হয়। নীতি হল-

- i) দৈবায়িতকরণ (Randomisation)
- ii) পূণরায়ণ (Replicaiton)
- iii) স্থানীয় নিয়ন্ত্রণ (Local Control)

### দৈবায়িতকরণ:

পরীক্ষণ যাতে করে নিরপেক্ষ হয় সে জন্য ভিন্ন ভিন্ন চর্যা দৈব পদ্ধতিতে বিভিন্ন পরীক্ষণের একক বা প্লটের উপর প্রয়োগ করাকে দৈবায়িতকরণ বলে। এক্ষেত্রে যে কোন প্লটে যে কোন চর্যা প্রয়োগ করার সম্ভাবনা সমান। এক্ষেত্রে সংগৃহীত তথ্য নিরপেক্ষ হয় এবং পরিসংখ্যানিক যাচাই যথার্থ হয়।

### পূণরায়নঃ

কোন চর্যা পরীক্ষণের এককের উপর একের অধিকবার প্রয়োগ করাকে পূণরায়ন বলে। কোন চর্যাকে যত এককে প্রয়োগ করা হয় ততই হবে ঐ চর্যার পূণরায়নের সংখ্যা। কোন চর্যাকে  $\gamma$  এককে প্রয়োগ করলে ঐ চর্যার পূণরায়নের সংখ্যা হবে  $\gamma$ । পূণরায়ন করেই পরীক্ষণের ত্রুটির পরিমাপ করা যায় এবং চর্যার সঠিক প্রভাব নিরূপণ করা যায়।

### স্থানীয় নিয়ন্ত্রণঃ

স্থানীয় নিয়ন্ত্রণের মাধ্যমে পরীক্ষণের ত্রুটি কমান যায় এবং পরীক্ষণের কার্যকারিতার যথার্থতা বৃদ্ধি করে। সমগুণ সম্পন্ন পরীক্ষণের এককসমূহ বা প্লট সমূহকে সমমাত্রিক দলে বা ব্লকে ভাগ করাকে স্থানীয় নিয়ন্ত্রণ বলে। যেমন- কৃষিক্ষেত্রে একই উর্বরাশক্তি সম্পন্ন প্লটসমূহকে একটা ব্লকে ভাগ করে নেয়া হয় যাতে করে ঐ ব্লকে সব কয়টি চর্যা প্রয়োগ করা যায়।



সত্য/মিথ্যা নির্ণয়ঃ

- ৫। পরীক্ষনের নকশা ও ভেদাংক বিশ্লেষণ অঙ্গাঙ্গিভাবে জড়িত।  
 ৬। যে ক্ষেত্রের উপর চর্যার প্রভাব পরিমাপ করা হয় তাকে পরীক্ষনের একক বলে।

শূণ্যস্থান পূরণ :

- ৭। একই গুণ সম্পন্ন কতকগুলো পরীক্ষন একককে ----- বলে।  
 ৮। পরীক্ষন এককের উপর চর্যা প্রয়োগ করলে চর্যার এবং পরীক্ষনের এককের প্রভাবে যে ফলাফল বা প্রতিক্রিয়া উৎপন্ন হয় তাকে ----- বলে।

বাক্য মিলানো :

|                                                   |                                                |
|---------------------------------------------------|------------------------------------------------|
| ৯। কোন পরীক্ষনের যে জিনিসের প্রভাব পরিমাপ করা হয় | ক) ফলাফল তত সঠিক হবে।                          |
| ১০। পরীক্ষনের ত্রুটি যত কম হবে পরীক্ষনের          | খ) পুনরায়ন, দৈবায়িত করন, স্থানীয় নিয়ন্ত্রন |
| ১১। পরীক্ষন এককের মূলনীতি গুলো হল                 | গ) তাকে চর্যা বলে।                             |

## পাঠ-১১.২ সম্পূর্ণ দৈবায়িত নকশা (Completely Randomised Design)

### ভূমিকা:

পরীক্ষনের নকশা বিভিন্ন ধরনের হয়। যদি পরীক্ষনের এককগুলো সমমাত্রিক ও সমগুণসম্পন্ন হয় সেই ক্ষেত্রে দৈবায়িত নকশা বিবেচনা হয়। এ পাঠে সম্পূর্ণ দৈবায়িত নকশা আলোচনা করা হল:



### উদ্দেশ্য

এই পাঠ শেষে আপনি

- সম্পূর্ণ দৈবায়িত নকশা সম্পর্কে বলতে পারবেন।
- সম্পূর্ণ দৈবায়িত নকশার মডেল সম্পর্কে লিখতে পারবেন।
- সম্পূর্ণ দৈবায়িত নকশা থেকে প্রাপ্ত তথ্যসমূহ বিশ্লেষণ করে চর্যাগুলোর যাচাই ও তুলনা করতে পারবেন।



### সম্পূর্ণ দৈবায়িত নকশা (Completely Randomised Design):

সম্পূর্ণ দৈবায়িত নকশা যে কোন নকশার চেয়ে সহজ। এক্ষেত্রে পরীক্ষনের নকশার নীতিসমূহের মধ্যে দৈবায়িতকরণ ও পূর্ণরায়ন নীতি অনুসরণ করা হয়। এ নকশায় ব্যবহৃত পরীক্ষনের এককগুলি সমগুণ সম্পন্ন ও সমমাত্রিক হয়। এ কারণে স্থানীয় নিয়ন্ত্রণ নীতি এখানে অনুসরণ করা হয় না। চর্যাগুলিকে সম্পূর্ণ দৈবায়িত পদ্ধতিতে পরীক্ষনের এককসমূহের উপর প্রয়োগ করতে হয়। চর্যার সংখ্যা এবং চর্যার পূর্ণরায়নের উপর নির্ভর করে পরীক্ষনের একক ঠিক রাখা হয়।

সুতরাং পরীক্ষনের এককসমূহের উপর চর্যাগুলিকে সম্পূর্ণ দৈবায়িত পদ্ধতিতে পূর্ণরায়নের মাধ্যমে প্রয়োগ করে যে নকশা পাওয়া যায় তাকে সম্পূর্ণ দৈবায়িত নকশা বলে। উদাহরণস্বরূপ, একই উর্বরতা এবং একই সাইজের কয়েক খন্ড জমিতে কয়েক জাতের গমের উপযোগিতা যাচাই করতে হলে বিভিন্ন জাতের জমির খন্ডে বপন করলে যে নকশা পাওয়া যায় সেটাই সম্পূর্ণ দৈবায়িত নকশা। এখানে চর্যা হল কয়েক জাতের গমের বীজ, জমির খন্ড হল পরীক্ষনের একক বা প্লট।

ধরা যাক ৪টি চর্যা(চার জাতের গমের বীজ)  $t_1, t_2, t_3, t_4$ , যথাক্রমে ৬ বার, ৫বার, ৪ বার এবং ৫ বার পূর্ণরায়ন করে সমগুণ সম্পন্ন ও সমান সাইজের ২০টি প্লটে বপন করতে হবে। প্লটগুলিকে ১, ২, ৩, ..... ২০ নম্বর দ্বারা চিহ্নিত করে কোন দৈব সংখ্যা সারণীর সাহায্যে চর্যাগুলিকে দৈবায়িত উপায়ে বিভিন্ন প্লটে প্রয়োগ করতে হবে। এক্ষেত্রে সম্পূর্ণ দৈবায়িত মাঠ নকশা নিম্নরূপঃ

|                |                |                |                |                |
|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| ১              | ২              | ৩              | ৪              | ৫              |
| t <sub>১</sub> | t <sub>৪</sub> | t <sub>৪</sub> | t <sub>১</sub> | t <sub>৩</sub> |
| ৬              | ৭              | ৮              | ৯              | ১০             |
| t <sub>৩</sub> | t <sub>২</sub> | t <sub>১</sub> | t <sub>৪</sub> | t <sub>২</sub> |
| ১১             | ১২             | ১৩             | ১৪             | ১৫             |
| t <sub>২</sub> | t <sub>১</sub> | t <sub>৩</sub> | t <sub>২</sub> | t <sub>১</sub> |
| ১৬             | ১৭             | ১৮             | ১৯             | ২০             |
| t <sub>৪</sub> | t <sub>৪</sub> | t <sub>২</sub> | t <sub>১</sub> | t <sub>৩</sub> |

এখানে ৪ জাতের চর্যা (গমের বীজের) প্রভাবের মধ্যে পার্থক্য আছে কিনা অথবা কোন জাতের গম বেশী ভাল যাচাই করতে হবে। এক্ষেত্রে মাঠ নকশা তৈরী করার পর বিভিন্ন জাতের গম বপন করে যথাযথ পরিচর্যা করতে হবে। গম পাকলে প্রতি প্লটে গমের উৎপাদন সংগ্রহ করে নথিভুক্ত করে বিভিন্ন জাত অনুযায়ী নিম্নের সারণীতে প্রকাশ করা হল।

|                 |                 |                 |                 |
|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| t <sub>১</sub>  | t <sub>২</sub>  | t <sub>৩</sub>  | t <sub>৪</sub>  |
| y <sub>১১</sub> | y <sub>২১</sub> | y <sub>৩১</sub> | y <sub>৪১</sub> |
| y <sub>১২</sub> | y <sub>২২</sub> | y <sub>৩২</sub> | y <sub>৪২</sub> |
| y <sub>১৩</sub> | y <sub>২৩</sub> | y <sub>৩৩</sub> | y <sub>৪৩</sub> |
| y <sub>১৪</sub> | y <sub>২৪</sub> | y <sub>৩৪</sub> | y <sub>৪৪</sub> |
| y <sub>১৫</sub> | y <sub>২৫</sub> | y <sub>৩৫</sub> | y <sub>৪৫</sub> |

$y_{ij}$  হল  $i$  তম চর্যার  $j$  তম পূরণায়ন উৎপাদন। প্লটসমূহ সমগুণ সম্পন্ন ও সমমাত্রিক হওয়ার কারণে গমের উৎপাদনের উপর প্লটের কোন প্রভাব নেই। গমের বা চর্যার জাতের বিভিন্নতার কারণে বিভিন্ন প্লটে এদের উৎপাদনও বিভিন্ন হবে।

সম্পূর্ণ দৈবায়িত নকশার মডেলঃ

সম্পূর্ণ দৈবায়িত নকশা থেকে প্রাপ্ত উপাত্ত নিম্নলিখিত মডেলের সাহায্যে প্রকাশ করা হয়-

$$y_{ij} = \mu + \alpha_i + e_{ij} \quad (i = 1, 2, \dots, t, j = 1, 2, \dots, n_i)$$

এখানে  $y_{ij}$  =  $i$  তম চর্যার  $j$  তম প্লটে উৎপাদন

$\mu$  = সাধারণ গড়

$\alpha_i$  =  $i$ -তম চর্যার প্রভাব

$e_{ij}$  = দৈব ত্রুটি।

$\mu$  এবং  $\alpha_i$  এর মান নির্ণয় করতে নিম্নের অনুমান ধরে নিতে হয়।

- i) দৈব ক্রটিগুলি পরিমিত বিন্যাস অনুসরণ করে যার গড় শূন্য এবং ভেদাংক  $\sigma^2$
- ii) চর্যাগুলো পরস্পর স্বাধীন ও এদের প্রভাবগুলো যোগসূত্র মেনে চলে।

ন্যূনতম বর্গ পদ্ধতির (Least square method) সাহায্যে এর নিরূপিত মান নির্ণয় করা যায় এবং এ পদ্ধতিতে ক্রটির বিচ্যুতির বর্গসমষ্টি ন্যূনতম।

$$\text{অর্থাৎ } L = \sum_i \sum_j e_{ij}^2 = \sum_i \sum_j \text{Error}^2 = \text{ন্যূনতম}$$

এখন **Error!**

$$\text{বা, } \sum_i \sum_j Y_{ij} = N\mu + \sum_i n_i \alpha_i \dots \dots \dots (i)$$

আবার, **Error!**

$$\text{বা, } \sum_i y_i = \sum_i (n_i \mu + n_i \alpha_i) = 0 \dots \dots \dots (ii)$$

সমীকরণ (i) এবং (ii) থেকে  $\sum \alpha_i = 0$  শর্তে  $\mu$  এবং  $\alpha_i$  এর নিরূপিত মান  $\mu$  এবং  $\alpha_i$  পাওয়া যাবে।

$$\text{সমীকরণ (i) থেকে } \mu = \frac{\sum \sum y_{ij}}{N} = y_{..}$$

$$\text{সমীকরণ (ii) থেকে } \alpha_i = \sum_j \frac{y_{ij}}{n_i} - \mu = y_{i.} - y_{..}$$

### ভেদাংক বিশ্লেষণঃ

সর্বমোট বর্গ সমষ্টিকে নিম্নলিখিত ভাগে ভাগ করা যায়।

$$\begin{aligned} \sum \sum (y_{ij} - \bar{y}_{..})^2 &= \sum_i \sum_j \text{Error}^2 \\ &= \sum_i \sum_j (y_{ij} - y_{..})^2 + \sum_i n_i (y_{i.} - y_{..})^2 \\ \text{যেহেতু } \sum_i n_i (y_{i.} - \bar{y}_{..}) &= 0 \end{aligned}$$

সূত্রাং মোট বর্গ সমষ্টি = চর্যাজনিত বর্গ সমষ্টি + বিচ্যুতির বর্গ সমষ্টি।

$$\text{মোট বর্গ সমষ্টি, } SST = \sum_i \sum_j (y_{ij} - y_{..})^2 = \sum_i \sum_j y_{ij}^2 - \frac{(\sum \sum y_{ij})^2}{N}$$

$$\text{চর্যাজনিত বর্গ সমষ্টি } SSTr = \sum_i n_i (y_{i.} - y_{..})^2 = \sum_i \frac{y_{i.}^2}{n_i} - \frac{(\sum \sum y_{ij})^2}{N}$$

এবং বিচ্যুতির বর্গ সমষ্টি = মোট বর্গ সমষ্টি - চর্যাজনিত বর্গ সমষ্টি।

$$SSE = SST - SSTr$$

নাস্তি কল্পনা  $H_0: \alpha_1 = \alpha_2 = \dots \dots \dots \alpha_t$



## ভেদাংক বিশ্লেষণ সারণী

| উৎস      | স্বাধীনতা মাত্রা | বর্গ সমষ্টি | গড় বর্গ সমষ্টি    | F                 |
|----------|------------------|-------------|--------------------|-------------------|
| চর্যা    | t-১              | SSTr        | $S_1 = SSTr/(t-1)$ | $\frac{S_1}{S_2}$ |
| বিচ্যুতি | N-t              | SSE         | $S_2 = SSE/(N-t)$  |                   |
| মোট      | N-১              | SST         |                    |                   |

যদি F এর নির্ণেয় মান  $\alpha = 0.05$  বা  $\alpha = 0.01$  যথার্থতা মাত্রার এবং t-১ ও N-১ স্বাধীনতার মাত্রার সারণীকৃত F এর চেয়ে বড় হয় তবে নাস্তি কল্পনা বর্জন হবে অন্যথায় গৃহীত হবে। যদি নাস্তি কল্পনা বাতিল হয় তবে মনে করতে হবে কমপক্ষে যে কোন দুটি চর্যার মধ্যে অসমতা আছে।

মনে করি i-তম এবং i' তম চর্যার যাচাই করতে হবে। এক্ষেত্রে নাস্তি কল্পনা

$$H_0 : \alpha_i = \alpha_{i'}; i' = 1, 2, \dots, t$$

বিকল্প কল্পনা :  $H_1 : \alpha_i \neq \alpha_{i'}$

$$\text{যাচাই স্ট্যাটিস্টিক } t = \frac{(i - i')}{\sqrt{S_2 \left( \frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_{i'}} \right)}}$$

এটি (N-t) স্বাধীনতার মাত্রা বিশিষ্ট চলক। এখানে  $\alpha_i$  ও  $\alpha_{i'}$  এবং  $n_i$  ও  $n_{i'}$  যথাক্রমে i -তম এবং i'-তম চর্যার গড় এবং পূর্ণরায়ন সংখ্যা।

সমস্যা - ১ :

বাংলাদেশ কৃষি গবেষণা প্রতিষ্ঠান কর্তৃক পরিচালিত একটি গবেষণায় চার জাতের গম (A, B, C, D) উৎপাদন ক্ষমতা যাচাই এর জন্য সম্পূর্ণ দৈবায়িত নকশা ব্যবহার করে নিম্নলিখিত তথ্য পাওয়া গেল। বিভিন্ন জাতের গমের মধ্যে পার্থক্য আছে কিনা যাচাই করুন। জাত A এবং B এর মধ্যে পার্থক্য যাচাই করুন।

| A  | B  | C  | D  |
|----|----|----|----|
| ১২ | ১৮ | ১৭ | ২১ |
| ১৪ | ২০ | ১৫ | ২৩ |
| ১১ | ২১ | ১৪ | ২২ |
| ১৫ | ২৪ | ২০ | ২৫ |
| ১৩ | ১৬ |    | ২৭ |

এইচ এস সি

|           |           |           |           |
|-----------|-----------|-----------|-----------|
| ১৭        |           |           |           |
| ৮২        | ৯৯        | ৬৬        | ১১৮       |
| = $y_1$ . | = $y_2$ . | = $y_3$ . | = $y_4$ . |

সমাধান : সর্বমোট বর্গ সমষ্টি (TSS) =  $\sum_i \sum_j y_{ij}^2 - \frac{(\sum \sum y_{ij})^2}{N}$

$$= 12^2 + 18^2 + \dots + 22^2 + 25^2 + 29^2 - \text{Error!}$$
$$= 12^2 + 18^2 + \dots + 22^2 + 25^2 + 29^2 - \text{Error!}$$
$$= 9059 - \text{Error!}$$
$$= 9059 - 6661.25$$
$$= 239.75$$

গমের জাতজনিত বর্গ সমষ্টি (SSTr) =  $\sum_i \frac{y_i^2}{n_i} - \frac{(\sum \sum y_{ij})^2}{N}$

$$= \frac{82^2}{6} + \frac{99^2}{5} + \frac{66^2}{4} + \frac{118^2}{5} - 6661.85$$

$$= 1120.669 + 3860.2 + 2608.0 + 5378.80 - 6661.85$$

$$= 2958.669 - 6661.85$$

$$= -367.181$$

বিচ্ছ্যতির বর্গ সমষ্টি SSE = TSS - SSTr

$$= 9059.75 - 2958.669$$

$$= 6101.081$$

নাস্তি কল্পনা :  $H_0 : A = B = C = D$

অর্থাৎ সকল জাতের গমের প্রভাব সমান

ভেদাংক বিশ্লেষণ সারণী :

|     |                      |             |                 |   |                  |
|-----|----------------------|-------------|-----------------|---|------------------|
| উৎস | স্বাধীনতার<br>মাত্রা | বর্গ সমষ্টি | গড় বর্গ সমষ্টি | F | F <sub>.05</sub> |
|-----|----------------------|-------------|-----------------|---|------------------|

|                  |           |         |        |        |      |
|------------------|-----------|---------|--------|--------|------|
| বিভিন্ন জাতের গম | 8-1 = ৩   | ২৯৩.৪১৭ | ৯৭.৮০৬ | ১৪.৯৯৯ | ৩.২৪ |
| বিচ্যুতি         | ২০-৪ = ১৬ | ১০৪.৩৩৩ | ৬.৫২১  |        |      |
| মোট              | ২০-১ = ১৯ | ৩৯৭.৭৫  |        |        |      |

মন্তব্য : উপরের সারণীটি থেকে লক্ষ্য করা যাচ্ছে যে নির্ণেয় F = ১৪.৯৯৯। কিন্তু .০৫ যথার্থতার মাত্রায় এবং ৩ ও ১৬ স্বাধীনতার মাত্রায় F এর সারণীকৃত মান ৩.২৪। এখানে নির্ণেয় F এর মান সারণীকৃত F এর চেয়ে বেশী। অতএব নাস্তি কল্পনা বর্জন হচ্ছে অর্থাৎ গমের জাতের উৎপাদনের মধ্যে যথেষ্ট পার্থক্য আছে।

আবার গমের জাত A এবং B এর মধ্যে পার্থক্য যাচাই করতে হবে। এ ক্ষেত্রে যাচাই স্ট্যাটিস্টিক

$$t = \frac{(i - i')}{\sqrt{S^2 \left( \frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_{i'}} \right)}}$$

মান বসিয়ে পাই

$$t =$$

$$= \text{Error!}$$

$$\frac{9.933}{1.547}$$

$$t = ৬.৪২১$$

$$\text{আবার } t_{\text{Error!}} = ২.৫$$

$$\text{অর্থাৎ } t > t_{\text{Error!}}$$

সুতরাং গমের জাত A এবং B এর উৎপাদনের মধ্যে পার্থক্য আছে।


নিজে করুন:

নিচের সারণী হতে প্রাপ্ত তথ্য সম্পূর্ণ দৈবায়িত পদ্ধতিতে বিশ্লেষণ করুন।

|  | A  | B   | C  | D   |
|--|----|-----|----|-----|
|  | ৫৫ | ৬১  | ৪২ | ১৬৯ |
|  | ৪৯ | ১১২ | ৯৭ | ১৩৭ |
|  | ৪২ | ৩০  | ৮১ | ১৬৯ |
|  | ২১ | ৮৯  | ৯৫ | ৮৫  |
|  | ৫২ | ৬৩  | ৯২ | ১৫৪ |

সারসংক্ষেপ :

সম্পূর্ণ দৈবায়িত নকশায় দৈবায়িতকরন ও পুনরায়ন নীতি অনুসরণ করা হয়।

 পাঠোত্তর মূল্যায়ন-১১.২:

নৈর্ব্যক্তিক প্রশ্ন:

সঠিক উত্তরের পাশে টিক (✓) চিহ্ন দিন:

১। সম্পূর্ণ দৈবায়িত নকশা মূল নীতির কোনটি অনুসরণ করে না?

- ক) দৈবায়িতকরণ                      খ) পূণরায়ন  
গ) সমমাত্রিক নয়                      ঘ) কোনটিই নয়।

২। সম্পূর্ণ দৈবায়িত নকশায় পরীক্ষণের একক কেমন থাকে?

- ক) সমমাত্রিক ও সমগুণসম্পন্ন      খ) সমগুণসম্পন্ন নয়  
গ) সমমাত্রিক নয়                      ঘ) কোনটিই নয়

৩। সম্পূর্ণ দৈবায়িত নকশার ক্ষেত্রে F এর স্বধীনতার মাত্রা কত?

- ক)  $(t-1)$  ও  $(N-t)$                       খ)  $t$  ও  $N$   
গ)  $(t+1)$  ও  $(N+t)$                       ঘ) কোনটিই নয়

সত্য/মিথ্যা নির্ণয়ঃ

৪। সম্পূর্ণ দৈবায়িত নকশা যে কোন নকশার চেয়ে কঠিন

৫। সম্পূর্ণ দৈবায়িত নকশায় ব্যবহৃত পরীক্ষণের একক গুলি সমগুণ সম্পন্ন ও সমমাত্রিক হওয়া উচিত।

শূণ্যস্থান পূরণ :

৬। ----- ও ----- উপর নির্ভর করে সম্পূর্ণ দৈবায়িত পরীক্ষণের একক ঠিক রাখা হয়।

৭। সম্পূর্ণ দৈবায়িত নকশার ক্ষেত্রে বিচ্যুতির বর্গ সমষ্টি .....

বাক্য / শব্দ মিলানো

৮। চর্যাগুলো পরস্পর স্বাধীন ও এদের প্রভাবগুলো

$$T) t = \frac{(\bar{r} - \bar{r}')}{\sqrt{s^2 \left( \frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}}$$

৯। যাচাই স্ট্যাটিস্টিক

খ) যোগ সূত্র মেনে চলে

### পাঠ-১১.৩ দৈবায়িত ব্লক নকশা (Randomised Block Design)

#### ভূমিকা:

যদি পরীক্ষনের এককগুলি অসমগুন সম্পন্ন হয় সে ক্ষেত্রে পরীক্ষনের এককগুলো সমমাত্রিক করে বিভিন্ন খন্ডে ভাগ করে দৈবায়িত নকশা তৈরি করা হয়।

এ পাঠে দৈবায়িত ব্লক নকশা সম্পর্কে আলোচনা করা হল:



## উদ্দেশ্য

এই পাঠ শেষে আপনি-

- দৈবায়িত ব্লক নকশার সংজ্ঞা বলতে পারবেন।
- দৈবায়িত ব্লক নকশার মডেল লিখতে পারবেন।
- দৈবায়িত ব্লক নকশা থেকে তথ্য সংগ্রহ করতে পারবেন।
- সংগৃহীত তথ্য বিশ্লেষণ করে মন্তব্য করতে পারবেন।



## দৈবায়িত ব্লক নকশা (Randomised Block Design)

পূর্বের পাঠে আমরা সম্পূর্ণ দৈবায়িত নকশা সম্পর্কে আলোচনা করেছি যেখানে পরীক্ষণের প্লটসমূহ সমমাত্রিক ও সমগুণসম্পন্ন হয়। কিন্তু বাস্তব ক্ষেত্রে সমগুণসম্পন্ন ও সমমাত্রিক পরীক্ষণের একক পাওয়া যায় না এবং এক্ষেত্রে সম্পূর্ণ দৈবায়িত নকশা ব্যবহার করা যায় না।

তবে সম্পূর্ণ পরীক্ষণের একক সমগুণসম্পন্ন ও সমমাত্রিক না হলেও এদের মধ্যে কিছু কিছু একক সমগুণসম্পন্ন ও সমমাত্রিক হতে পারে। সম্পূর্ণ দৈবায়িত নকশার ক্ষেত্রে সমমাত্রিক ও সমগুণসম্পন্ন এককসমূহকে একত্রে করে ব্লক বা দলে ভাগ করে নেয়া হয়। প্রতিটি ব্লকে চর্যার সমান সংখ্যক পরীক্ষণের একক থাকে এবং প্রতিটি চর্যার পূর্ণরায়নের সংখ্যা ব্লকের সংখ্যার সমান। একটি ব্লকের অন্তর্গত এককসমূহ সমমাত্রিক ও সমগুণসম্পন্ন হয় কিন্তু একটি ব্লকের পরীক্ষণের একক অন্য একটি ব্লকের একক থেকে সম্পূর্ণ আলাদা গুণসম্পন্ন হয়। ব্লকের অন্তর্গত প্লট বা এককসমূহের চর্যাগুলিকে দৈবায়িত উপায়ে প্রয়োগ করে যে নকশা পাওয়া যায় তাকে দৈবায়িত ব্লক নকশা বলে। এ নকশার পরীক্ষণের ৩টি নীতি যেমন- দৈবায়িতকরণ, পূর্ণরায়ন ও স্থানীয় নিয়ন্ত্রন অনুসরণ করে।

উদাহরণস্বরূপ ধরা যাক, কোন এক কৃষি পরীক্ষণে ৪ (চার) জাতের ধানের গুণাগুণ পরীক্ষা করতে হবে। ৪ জাতের ধানের সমতা যাচাই এর জন্য প্লট বা জমির খন্ড ঠিক করা হল এবং দেখা গেল যে সমস্ত প্লট সমমাত্রিক ও সমগুণসম্পন্ন নয়। এখানে ধানের জাত হল চর্যা অর্থাৎ ৪টি চর্যা আছে এবং এদের প্রত্যেকটিকে যদি ৫ বার পূর্ণরায়ন করা হয় তবে ব্লকের সংখ্যা হবে ৫টি। ৪টি করে সমগুণসম্পন্ন ও সমমাত্রিক প্লট নিয়ে প্রতিটি ব্লক তৈরী করতে বাধ্য হবে। প্রতিটি ব্লকে ভিন্ন ভিন্ন ভাবে চর্যাগুলিকে দৈবায়িত উপায়ে প্রয়োগ করতে হবে। পরীক্ষণের কাজ সমাধা করে তথ্য বা উপাত্ত সমূহকে নিম্নের সারণীর মাধ্যমে প্রকাশ করা যায়।

| ব্লক/চর্যা | t <sub>১</sub>  | t <sub>২</sub>  | t <sub>৩</sub>  | t <sub>৪</sub>  |
|------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| ব্লক-১     | y <sub>১১</sub> | y <sub>২১</sub> | y <sub>৩১</sub> | y <sub>৪১</sub> |
| ব্লক-২     | y <sub>১২</sub> | y <sub>২২</sub> | y <sub>৩২</sub> | y <sub>৪২</sub> |
| ব্লক-৩     | y <sub>১৩</sub> | y <sub>২৩</sub> | y <sub>৩৩</sub> | y <sub>৪৩</sub> |
| ব্লক-৪     | y <sub>১৪</sub> | y <sub>২৪</sub> | y <sub>৩৪</sub> | y <sub>৪৪</sub> |
| ব্লক-৫     | y <sub>১৫</sub> | y <sub>২৫</sub> |                 | y <sub>৪৫</sub> |

### উপাত্ত সমূহের ভেদাংক বিশ্লেষণঃ

মনে করি নকশার চর্যার সংখ্যা  $t$  এবং ব্লকের সংখ্যা  $b$ । অতএব, উপাত্ত সমূহকে নিম্নলিখিত মডেলের সাহায্যে বর্ণনা করা যায়।

$$y_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta_j + e_{ij} \quad i = 1, 2, \dots, t, j = 1, 2, \dots, b$$

যেখানে  $y_{ij}$  =  $i$  তম চর্যার  $j$  তম ব্লকে উৎপাদন

$\mu$  = সাধারণ গড়

$\alpha_i$  =  $i$ -তম চর্যার প্রভাব

$\beta_j$  =  $j$  তম ব্লকের প্রভাব

$e_{ij}$  = দৈব ত্রুটি

মডেলটি বিশ্লেষণের জন্য অনুমান করতে হবে যে,  $e_{ij}$  নিরপেক্ষভাবে পরিমিত বিন্যাস অনুসরণ করে যার গড় শূন্য ও ভেদাংক  $\sigma^2$  এবং শর্ত হল  $\sum \alpha_i = 0, \sum \beta_j = 0$

এখন ন্যূনতম বর্গ পদ্ধতির সাহায্যে  $\mu, \alpha_i$  এবং  $\beta_j$  নিরূপণ করতে হবে যাতে করে বিচ্যুতির বর্গ সমষ্টির মান ন্যূনতম হয়। অর্থাৎ

$$L = SSE = \sum_i \sum_j e_{ij}^2 = \sum_i \sum_j \text{Error}^2 = \text{ন্যূনতম},$$

মনে করি,  $\mu, \alpha_i, \beta_j$  নিরূপিত মান।

$$\text{এখন } \frac{\partial L}{\partial \mu} = 0 \quad \frac{\partial L}{\partial \alpha_i} = 0 \quad \frac{\partial L}{\partial \beta_j} = 0 \quad \text{অনুসরণ করে যথাক্রমে নিম্নের তিনটি পরামান পাওয়া যাবে,}$$

অর্থাৎ  $\mu, \alpha_i$  এবং  $\beta_j$  এর নিরূপিত মান হবে

$$\mu = \bar{y}_{..}, \alpha_i = \bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..}, \beta_j = \bar{y}_{.j} - \bar{y}_{..}$$

অতএব সমগ্র বর্গসমষ্টিকে নিম্নলিখিতভাবে ভাগ করা যায়।

$$\sum_i \sum_j (y_{ij} - \bar{y}_{..})^2 = \left\{ \sum_i (\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..})^2 + \sum_j (\bar{y}_{.j} - \bar{y}_{..})^2 + \sum_i \sum_j (y_{ij} - \bar{y}_{i.} - \bar{y}_{.j} + \bar{y}_{..})^2 \right\}$$

$$= b \sum_i (\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..})^2 + t \sum_j (\bar{y}_{.j} - \bar{y}_{..})^2 + \sum_i \sum_j (y_{ij} - \bar{y}_{i.} - \bar{y}_{.j} + \bar{y}_{..})^2$$

অন্যান্য পদগুলি শূন্য হবে কারণ  $\sum_i (\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..}) = 0, \sum_j (\bar{y}_{.j} - \bar{y}_{..}) = 0,$

অতএব, সমগ্র বর্গ সমষ্টি = চর্যাজনিত বর্গ সমষ্টি + ব্লকজনিত বর্গসমষ্টি + বিচ্যুতির বর্গসমষ্টি অর্থাৎ  $TSS = SSTr + SSB + SSE$

প্রত্যেকটি বর্গসমষ্টি নির্ণয়ের জন্য নিম্নলিখিত সূত্র ব্যবহার করা যায়

$$TSS = \sum_i \sum_j y_{ij}^2 - \frac{(\sum_i \sum_j y_{ij})^2}{N}$$

$$SSTr = \hat{b} \sum_i y_i^2 - \frac{(\sum_i \sum_j y_{ij})^2}{N}$$

$$SSB = \hat{t} \sum_j y_j^2 - \frac{(\sum_i \sum_j y_{ij})^2}{N}$$

$$SSE = TSS - SSTr - SSB.$$

নাস্তি কল্পনা :

$$(i) H_{01}: \alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_j$$

(ii)  $H_{02}: \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_j$

অর্থাৎ সকল ব্লকের প্রভাব সমান।

উপরিলিখিত কল্পনা এর জন্য ভেদাংক বিশ্লেষণ সারণী নিম্নে দেয়া হলঃ

**ভেদাংক বিশ্লেষণ সারণী**

| উৎস      | স্বাধীনতার মাত্রা | বর্গসমষ্টি | গড় বর্গসমষ্টি        | F                       |
|----------|-------------------|------------|-----------------------|-------------------------|
| চর্যা    | t-১               | SSTr       | $s_1 = \text{Error!}$ | $F_1 = \frac{s_1}{s^2}$ |
| ব্লক     | b-১               | SSB        | $s_2 = \text{Error!}$ | $F_2 = \frac{s_2}{s^2}$ |
| বিচ্যুতি | (t-১)(b-১)        | SSE        | $s_3 = \text{Error!}$ |                         |
| মোট      | N-১               | TSS        |                       |                         |

যদি  $F_1$  এর মান (t-১) ও (t-১)(b-১) স্বাধীনতার মাত্রায় এবং ০.০১ যথার্থতা মাত্রায় সারণীকৃত F এর চেয়ে বড় হয় তবে নাস্তিকল্পনা (i) বাতিল হবে অন্যথায় গৃহিত হবে।

আবার যদি  $F_2 > F_{0.05, (b-1), (t-1)(b-1)}$  তবে নাস্তিকল্পনা (ii) বাতিল হবে।

যদি নাস্তিকল্পনা বাতিল হয় তবে ধরে নিতে হবে যে কমপক্ষে যে কোন দুটি চর্যার মধ্যে পার্থক্য আছে। এটা যাচাই করার জন্য t-যাচাই ষ্টাটিস্টিক ব্যবহার করতে হবে।

অর্থাৎ নাস্তিকল্পনা  $H_{03}: \alpha_i = \alpha_{i'}$ , যাচাই এর জন্য

$$t = \frac{\bar{y}_i - \bar{y}_{i'}}{\sqrt{\frac{2s_3}{b}}}$$

এটি (t-১)(b-১) স্বাধীনতার মাত্রা বিশিষ্ট t-চলক। এখানে  $\alpha_i$  এবং  $\alpha_{i'}$ , যথাক্রমে i এবং i'-তম চর্যার গড় এবং  $s_3$  হলো বিচ্যুতির গড় বর্গসমষ্টি।

**সমস্যা-২ :**

৫ জাতের ধানের বীজের গুণাগুণ পরীক্ষার জন্য একটি কৃষি ক্ষেত্রকে ৪টি ব্লকে ভাগ করে ধানের চাষ করা হয়েছে। বিভিন্ন ব্লকের বিভিন্ন জাতের ধানের উৎপাদন নিম্নে দেয়া হল। বিভিন্ন জাতের ধানের উৎপাদনের পার্থক্য আছে কিনা যাচাই করুন।

|      |           |
|------|-----------|
| ব্লক | ধানের জাত |
|------|-----------|



|                | p <sub>১</sub> | p <sub>২</sub> | p <sub>৩</sub> | p <sub>৪</sub> | p <sub>৫</sub> |
|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| b <sub>১</sub> | ২৩             | ২০             | ২৯             | ১৫             | ১৭             |
| b <sub>২</sub> | ২৬             | ২৭             | ২৩             | ১৪             | ১৮             |
| b <sub>৩</sub> | ৩৫             | ৩৮             | ৩৭             | ১৮             | ১৭             |
| b <sub>৪</sub> | ২৬             | ৩০             | ৩৫             | ১৬             | ১৯             |

ধানের জাত এবং এর উৎপাদনের পার্থক্য আছে কিনা যাচাই করুন।

সমাধান :

নাস্তি কল্পনা :

$$H_{01} : p_1 = \dots = p_5$$

$$H_{02} : b_1 = b_2 = \dots = b_4$$

বিভিন্ন বর্গ সমষ্টি নির্ণয়ের জন্য উপরের উপাত্তসমূহকে নিম্নলিখিত ভাবে সাজানো হল।

| ব্লক                         |                |                |                |                |                | y <sub>.j</sub>    | y <sub>.j</sub> <sup>2</sup> |
|------------------------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|--------------------|------------------------------|
|                              | p <sub>১</sub> | p <sub>২</sub> | p <sub>৩</sub> | p <sub>৪</sub> | p <sub>৫</sub> |                    |                              |
| b <sub>১</sub>               | ২৩             | ২০             | ২৯             | ১৫             | ১৭             | ১০৪                | ১০৮১৬                        |
| b <sub>২</sub>               | ২৬             | ২৭             | ২৩             | ১৪             | ১৮             | ১০৮                | ১১৬৬৪                        |
| b <sub>৩</sub>               | ৩৫             | ৩৮             | ৩৭             | ১৮             | ১৭             | ১৪৫                | ২১০২৫                        |
| b <sub>৪</sub>               | ২৬             | ৩০             | ৩৫             | ১৬             | ১৯             | ১২৬                | ১৫৮৭৬                        |
| y <sub>i.</sub>              | ১১০            | ১১৫            | ১২৪            | ৬৩             | ৭১             | ৪৮৩ =              |                              |
|                              |                |                |                |                |                | $\sum \sum y_{ij}$ |                              |
| y <sub>i.</sub> <sup>2</sup> | ১২১০০          | ১৩২২৫          | ১৫৩৭৬          | ৩৯৬৯           | ৫০৪১           |                    |                              |
| গড়                          | ২৭.৫           | ২৮.৭৫          | ৩১.০           | ১৫.৭৫          | ১৭.৭৫          |                    |                              |

$$\text{এখন সর্বমোট বর্গ সমষ্টি (TSS)} = \sum_i \sum_j y_{ij}^2 - \frac{(\sum_i \sum_j y_{ij})^2}{20}$$

$$= ২৩^2 + ২৬^2 + \dots + ১৭^2 + ১৯^2 - \text{Error!}$$

এইচ এস সি

$$= 12809 - 11668.85$$

$$= 1182.55$$

$$\text{চর্যাজনিত বর্গ সমষ্টি (SST}_r) = \frac{\sum y_i^2}{4} - \text{Error!}$$

$$= \frac{12100 + 13225 + 15376 + 3969 + 5041}{4} - 11668.85$$

$$= 12829.95 - 11668.85$$

$$= 963.30$$

$$\therefore \text{ব্লক জনিত বর্গ সমষ্টি (SSB)} = \frac{\sum_j y_{.j}^2}{5} - \frac{(\sum_i \sum_j y_{ij})^2}{20}$$

$$\frac{10816 + 11664 + 21025 + 15876}{5} - \text{Error!} = 211.95$$

$$\text{SSE} = 1182.55 - 963.30 - 211.95$$

$$= 169.5$$

ভেদাংক বিশ্লেষণ সারণী

| উৎস      | স্বাধীনতার মাত্রা | বর্গ সমষ্টি | গড় বর্গ সমষ্টি | F                      | F <sub>.05</sub> |
|----------|-------------------|-------------|-----------------|------------------------|------------------|
| চর্যা    | ৫-১ = ৪           | ৯৬৩.৩০      | ১৯০.৮২৫         | F <sub>1</sub> = ১৩.৬৭ | ৩.২৬             |
| ব্লক     | ৪-১ = ৩           | ২১১.৯৫      | ৭০.৬৫৩          | F <sub>2</sub> = ৫.০৫৭ | ৩.৪৯             |
| বিচ্যুতি | ৪×৩               | ১৬৭.৫০      | ১৩.৯৫৮          |                        |                  |
| মোট      | ১৯                | ১১৪২.৫৫     |                 |                        |                  |

উপরের সারণী থেকে লক্ষ্য করা যাচ্ছে যে,

$$F_1 > \text{FError!}$$

$$F_2 > \text{FError!}$$

অর্থাৎ ধানের বীজের উৎপাদনের পার্থক্য আছে এবং ব্লকের মধ্যেও পার্থক্য আছে।

এখন P<sub>4</sub> এবং P<sub>5</sub> এর মধ্যে পার্থক্য যাচাই এর জন্য যাচাই ষ্ট্যাটিস্টিক

$$t = \frac{15.75 - 17.75}{\sqrt{\frac{2 \times 13.958}{4}}}$$

$$= \frac{2}{2.64}$$

$$= 0.758$$

১২ স্বাধীনতার মাত্রায় এবং .০৫ যথার্থতা মাত্রায় t এর সারণীকৃত মান ২.২৬।

সুতরাং এক্ষেত্রে P<sub>4</sub> এবং P<sub>5</sub> ধানের জাতের উর্বরপাদনের মধ্যে কোন পার্থক্য নেই।

নিজে করুন: নিম্নে চারটি দৈবায়িত ব্লকে ৬টি ট্রিটমেন্ট নিয়ে গঠিত একটি পর্যবেক্ষণের ফলাফল দেওয়া হল।  
দৈবায়িত ব্লক নকশার মাধ্যমে বিশ্লেষণ করুন

| ব্লক | ট্রিটমেন্ট |      |      |      |      |      |
|------|------------|------|------|------|------|------|
| ১    | (১)        | (৩)  | (২)  | (৪)  | (৫)  | (৬)  |
|      | ২৪.৭       | ২৭.৭ | ২০.৬ | ১৬.২ | ১৬.২ | ২৪.৯ |
| ২    | (৩)        | (২)  | (১)  | (৪)  | (৬)  | (৫)  |
|      | ২২.৭       | ২৮.৮ | ২৭.৩ | ১৫.০ | ২২.৫ | ১৭.০ |
| ৩    | (৬)        | (৪)  | (১)  | (৩)  | (২)  | (৫)  |
|      | ২৬.৩       | ১৯.৬ | ২৮.৫ | ৩৬.৮ | ৩৯.৫ | ১৫.৪ |
| ৪    | (৫)        | (২)  | (১)  | (৪)  | (৩)  | (৬)  |
|      | ১৭.৭       | ৩১.০ | ২৮.৫ | ১৪.১ | ৩৪.৯ | ২২.৬ |

সারসংক্ষেপ :

দৈবায়িত ব্লক নকশার ক্ষেত্রে সমমাত্রিক ও সমগুণ সম্পন্ন একক সমূহকে একত্র করে ব্লক বা দলে ভাগ করা হয়।



পাঠোত্তর মূল্যায়ন ১১.৩ :

নৈর্ব্যক্তিক প্রশ্ন:

সঠিক উত্তরের পাশে টিক চিহ্ন ( ) দিন:

১। দৈবায়িত ব্লক নকশা কয়টি নীতি অনুসরণ করে?

ক) ২টি খ) ৩টি গ) ১টি ঘ) কোনটিই নয়।

২। দৈবায়িত ব্লক নকশার ক্ষেত্রে কোনটি সঠিক?

ক) চর্যার পুনরায়নের সংখ্যা = ব্লকের সংখ্যা।

খ) চর্যার পুনরায়নের সংখ্যা < ব্লকের সংখ্যা ।

গ) চর্যার পুনরায়নের সংখ্যা < ব্লকের সংখ্যা ।

৩। দৈবায়িত ব্লক নকশার মডেল কোনটি?

ক)  $y_{ij} = \mu + \alpha_i + e_{ij}$

খ)  $y_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta_j + e_{ij}$

গ)  $y_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta_j$

ঘ) কোনটিই নয় ।

সত্য/মিথ্যা নির্ণয় :

৪। দৈবায়িত ব্লক নকশা, দৈবায়িত করন, পুনরায়ন ও স্থানীয় নিয়ন্ত্রন নীতি অনুসরন করে ।

গুণ্যস্থান পূরণ :

৫। প্রতি ব্লকে চর্যার সমান সংখ্যক ----- থাকে ।

৬। প্রতি চর্যার পুনরায়নের সংখ্যা ----- সমান

বাক্য মিলানো :

|                                                         |                                    |
|---------------------------------------------------------|------------------------------------|
| ৭। $\sum \alpha_i$ এর মান                               | ক) গড় গুণ্য এবং ভেদাংক $\sigma^2$ |
| ৮। $e_{ij}$ নিরপেক্ষ ভাবে পরিমিত বিন্যাস অনুসরন করে যার | খ) গুণ্য ।                         |

## পাঠ-১১.৪ লাতিন বর্গ নকশা (Latin Square Design)

### ভূমিকা:

পরিসংখ্যানিক বিশ্লেষণে সময় ও খরচসহ বিভিন্ন দিকের লক্ষ্য রাখা হয়। যে সমস্ত পরীক্ষণে সারি ও কলামের ব্যবহার করার সুযোগ রয়েছে, সে সব ক্ষেত্রে লাতিন বর্গ নকশা ব্যবহার করে বিশ্লেষণ করা হয়। এ পাঠে লাতিন বর্গ নকশা সম্পর্কে আলোচনা করা হল।



### উদ্দেশ্য

এই পাঠ শেষে আপনি-

- লাতিন বর্গ নকশা কি তা বলতে পারবেন।
- লাতিন বর্গ নকশার মডেল লিখতে পারবেন।
- লাতিন বর্গ নকশা থেকে প্রাপ্ত তথ্য সমূহ কিভাবে বিশ্লেষণ করতে হয় জানতে পারবেন।
- বিভিন্ন প্রভাবের পার্থক্য যাচাই করতে পারবেন।



### লাতিন বর্গ নকশা (Latin Square Design)

এই নকশায় চর্যার সংখ্যা এবং পূরণায়নের সংখ্যা সমান থাকে। সূত্রাং চর্যার সংখ্যা  $t$  হলে মোট পরীক্ষণের এককের সংখ্যা  $t \times t = t^2$  এক্ষেত্রে পরীক্ষণের ক্ষেত্রকে সারি এবং কলামে এমনভাবে সাজাতে হবে যাতে করে প্রতিটি সারি অথবা প্রতিটি কলামে  $m$  সংখ্যক পরীক্ষণের একক থাকে।

এখানে সারি ও কলাম উভয়ের সংখ্যাই  $t$  হবে। চর্যাগুলিকে সারি এবং কলামে এমনভাবে প্রয়োগ করতে হবে যাতে করে কোন কোন সারি বা কলামে একটি চর্যা এক বারের বেশী না হয় এবং এভাবে প্রাপ্ত নকশাকে লাতিন বর্গ নকশা বলে।  $t$  সংখ্যক চর্যাকে লাতিন বর্গ নকশা অনুসারে প্রয়োগ করলে তাকে  $t \times t$  লাতিন বর্গ নকশা বলা হয়। নিম্নে একটি  $4 \times 4$  লাতিন বর্গ নকশার উদাহরণ দেয়া হল:

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| A | B | C | D |
| B | C | D | A |

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| C | D | A | B |
| D | A | B | C |

পরিসংখ্যান বিশ্লেষণ : লাতিন বর্গ নকশা থেকে প্রাপ্ত উপাত্তকে নিম্নলিখিত মডেলের সাহায্যে প্রকাশ করা যায়।

$$y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \gamma_k + e_{ijk}$$

$$i = 1, 2, \dots, t$$

$$j = 1, 2, \dots, t$$

$$K = 1, 2, \dots, t$$

এখানে  $y_{ijk}$  = k তম চর্যার i তম সারি এবং j তম কলামে উৎপাদন

$$\mu = \text{সাধারণ গড়}$$

$$\alpha_i = i \text{ তম সারির প্রভাব}$$

$$\beta_j = j\text{- তম কলামের প্রভাব}$$

$$\gamma_k = k\text{- তম চর্যার প্রভাব}$$

$$e_{ijk} = \text{দৈব ত্রুটি।}$$

দৈব ত্রুটি  $e_{ijk}$  নিরপেক্ষভাবে পরিমিত বিন্যাস অনুসরণ করে যার গড় শূন্য এবং ভেদাংক  $\sigma^2$

$$\text{অর্থাৎ } e_{ijk} \sim N(0, \sigma^2)$$

ধরা যাক,

$$G = y_{...} = t^2 \text{ এককের বা প্লটের মোট উৎপাদন}$$

$$R_i = Y_{i..} = i\text{- সারিতে } t \text{ এককে মোট উৎপাদন}$$

$$C_j = Y_{.j.} = j\text{- তম কলামের } t \text{ এককে মোট উৎপাদন}$$

$$T_k = Y_{..k} = k\text{- তম চর্যার } t \text{ এককে মোট উৎপাদন}$$

লাতিন বর্গ নকশার মডেল থেকে ন্যূনতম বর্গ পদ্ধতির সাহায্যে  $\mu, \alpha_i, \beta_j$  এর মান বের করা যায় এবং এগুলো হচ্ছে।

$$\mu = Y_{...}$$

$$\alpha_i = Y_{i..} - Y_{...}$$

$$\beta_j = Y_{.j.} - Y_{...}$$

$$\gamma_k = Y_{..k} - Y_{...}$$

সর্বমোট বর্গসমষ্টিকে নিম্নলিখিতভাবে ভাগ করা যায়

$$\sum_i \sum_j \sum_k (y_{ijk} - y_{...})^2 = \sum_i \sum_j \sum_k \left[ (y_{ijk} - y_{...})^2 + (y_{.j.} - y_{...}) + (y_{..k} - y_{...}) + (y_{ijk} - y_{i..} - y_{.j.} - y_{..k} - y_{...} + 2y_{...}) \right]$$

$$= m \sum_i (y_{i..} - y_{...})^2 + m \sum_j (y_{.j.} - y_{...})^2 + m \sum_k (y_{..k} - y_{...})^2 + \sum_i \sum_j \sum_k (y_{ijk} - y_{i..} - y_{.j.} - y_{..k} + 2y_{...})^2$$

অন্যান্য পদগুলি শূন্য কারণ,

$$\sum_i (y_{i..} - y_{...}) = 0$$

$$\sum_j (y_{.j.} - y_{...}) = 0$$

$$\sum_k (y_{..k} - y_{...}) = 0$$

সুতরাং সর্বমোট বর্গসমষ্টি = সারিজনিত বর্গসমষ্টি + কলামজনিত বর্গসমষ্টি + চর্যাজনিত বর্গসমষ্টি + বিচ্যুতিজনিত বর্গসমষ্টি

$$\therefore TSS = SSR + SSC + SSTr + SSE$$

প্রতিটি বর্গসমষ্টি নির্ণয়ের জন্য নিম্নলিখিত সূত্র ব্যবহার করা হয়-

$$TSS = \sum_i \sum_j \sum_k y_{ijk}^2 - \text{Error!}$$

$$\text{যেখানে } CT = \text{Error!}; t^2 = T$$

$$SSR = \frac{y_{i..}^2}{t} - C.T, \quad SSC = \frac{y_{.j.}^2}{t} - CT$$

$$SSTr = \frac{y_{..k}^2}{t} - CT$$

$$\text{এবং } SSE = TSS - SSR - SSC - SSTr$$

নাস্তি কল্পনাসমূহ নিম্নরূপ

$$(i) H_{01}: \alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_t = 0$$

$$(ii) H_{02}: \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_t = 0$$

$$(iii) H_{03}: \gamma_1 = \gamma_2 = \dots = \gamma_t = 0$$

ভেদাংক বিশ্লেষণ সারণী

| সূত্র | স্বাধীনতার মাত্রা | বর্গসমষ্টি | গড় বর্গসমষ্টি                  | F                       |
|-------|-------------------|------------|---------------------------------|-------------------------|
| সারি  | t-১               | SSR        | $\frac{2}{s^R} = \text{Error!}$ | $F_1 = \frac{s^R}{s^E}$ |
| কলাম  | t-১               | SSB        | $\frac{2}{s^C} = \text{Error!}$ | $F_2 = \frac{s^C}{s^E}$ |
| চর্যা | t-১               | SSTr       | $\frac{2}{s^t} = \text{Error!}$ | $F_3 = \frac{s^T}{s^E}$ |

|          |              |     |                               |  |
|----------|--------------|-----|-------------------------------|--|
| বিচ্যুতি | $(t-1)(t-2)$ | SSE | $\frac{2}{sE= \text{Error!}}$ |  |
| মোট      | N-1          | TSS |                               |  |

নাস্তি কল্পনা  $H_{01}$ ,  $H_{02}$ , এবং  $H_{03}$  অনুসারে  $F_1$ ,  $F_2$  এবং  $F_3$  প্রত্যেকেই কেন্দ্রীয় F বিন্যাস অনুসরণ করে এবং এর স্বাধীনতার মাত্রা  $(T-1)$  এবং  $(T-1)(T-2)$ .

এখন যদি

$$F_1 > F_{.05(t-1), (t-1)(t-2)}$$

$$F_2 > F_{.05(t-1), (t-1)(t-2)}$$

$$F_3 > F_{.05(t-1), (t-1)(t-2)}$$

হয় তবে নাস্তি কল্পনাসমূহ বাতিল হবে অন্যথায় গৃহিত হবে, যেখানে  $F > F_{.05(T-1), (T-1)(T-2)}$  হচ্ছে .05 যথার্থতা মাত্রা এবং  $(t-1), (t-1)(t-2)$  স্বাধীনতার মাত্রায় F এর সারণীকৃত মান।

যদি নাস্তি কল্পনা বাতিল হয় তবে যাচাই স্ট্যাটিস্টিক t- এর মাধ্যমে দুটি চর্যার পার্থক্য আছে কিনা যাচাই করা যায়। সেক্ষেত্রে,

$$t = \frac{|\mu_k - \mu_{k'}|}{\sqrt{2S^2_E/T}}$$
 এবং এর স্বাধীনতার মাত্রা  $(t-1)(t-2)$

যেখানে  $\gamma_k$  এবং  $\gamma_{k'}$  হল k তম এবং k'-তম চর্যার গড়।

### সমস্যা - ৩ :

চার ধরনের সারের A, B, C, D গুনাগুন যাচাই এর জন্য লাতিন বর্গ নকশা অনুসরণ করে সারগুলিকে ধান উর্বরপাদনে প্রয়োগ করা হয়েছে এবং নিম্নোক্ত ফলাফল (kg) পাওয়া গেছে। সকল সারের প্রভাব একই রকম কিনা যাচাই করুন। যদি না হয় তবে ও এর মধ্যে পার্থক্য আছে কিনা যাচাই করুন।

| কলাম/সারি | i       | ii      | iii     | iv      | সারির যোগফল |
|-----------|---------|---------|---------|---------|-------------|
| i         | B<br>১০ | A<br>১২ | C<br>১৯ | D<br>৭  | ৪৮          |
| ii        | C<br>১৭ | D<br>৬  | B<br>১১ | A<br>৮  | ৪২          |
| iii       | D<br>১০ | B<br>১১ | A<br>১৯ | C<br>১৭ | ৫৭          |



|              |    |    |    |    |     |
|--------------|----|----|----|----|-----|
| iv           | A  | C  | D  | B  | ৫৭  |
|              | ৭  | ২৩ | ১২ | ১৫ |     |
| কলামের যোগফল | ৪৪ | ৬২ | ৫১ | ৪৭ | ২০৪ |

সমাধান :

চার প্রকার সার (চর্যা) এর যোগফল :

$$A = ১২ + ৮ + ১৯ + ৭ = ৪৬$$

$$B = ১০ + ১১ + ১১ + ১৫ = ৪৭$$

$$C = ১৯ + ১৭ + ১৭ + ২৩ = ৭৬$$

$$D = ৭ + ৬ + ১০ + ১২ = ৩৫$$

$$\text{সর্বমোট যোগফল} = ২০৪$$

$$T = t^2 = ৪ \times ৪ = ১৬$$

$$\text{এখন সর্বমোট বর্গ সমষ্টি (TSS)} = \sum_i \sum_j \sum_k y_{ijk}^2 -$$

$$= ১০^2 + ১২^2 + ১৯^2 + \dots + ১২^2 + ১৫^2 - \text{Error!}$$

$$= ৩০২২ - ২৬০১$$

$$= ৪২১$$

$$\text{সারির বর্গ সমষ্টি (SSR)} = \frac{\sum y_{i..}^2}{t} - C.T$$

$$= \text{Error!} - ২৬০১$$

$$= ২৬৪১.৫ - ২৬০১$$

$$= ৪০.৫$$

$$\text{কলামের বর্গ সমষ্টি (SSC)} = \frac{\sum y_{.j.}^2}{t} - C.T$$

$$= \text{Error!} - ২৬০১$$

$$= ২৬৪৭.৫ - ২৬০১$$

$$= ৪৬.৫$$

$$\text{সারজনিত বর্গ সমষ্টি (SST)} = \frac{\sum y_{..k}^2}{t} - C.T$$

$$\text{Error!} - ২৬০১$$

$$= ২৮৩১.৫ - ২৬০১$$

এইচ এস সি

$$= 230.5$$

$$\text{ক্রটিজনিত বর্গ সমষ্টি (SSE)} = \text{TSS} - \text{SSR} - \text{SSC} - \text{SST}_r$$

$$= 821 - 80.5 - 86.5 - 230.5 = 103.5$$

নাস্তি কল্পনা :

$$H_0: A = B = C = D$$

অর্থাক প্রতটি সারের প্রভাব সমান।

ভেদাংক বিশ্লেষণ সারণী

| উবস         | স্বাধীনতার মাত্রা | বর্গ সমষ্টি | গড় বর্গ সমষ্টি | F            | F.05 |
|-------------|-------------------|-------------|-----------------|--------------|------|
| সারি        | 8-1 = 7           | 80.5        | 11.50           | $F_1 = .98$  | 8.96 |
| কলাম        | 8-1 = 7           | 86.5        | 12.36           | $F_2 = .98$  | 8.96 |
| সার (চর্যা) | 8-1 = 7           | 230.5       | 33.07           | $F_3 = 8.85$ | 8.96 |
| বিচুতি      | (8-1)(8-2)=6      | 103.5       | 17.25           |              |      |
| মোট         | 15                |             |                 |              |      |

উপরের সারণী থেকে লক্ষ্য করা যাচ্ছে যে,

$$F_3 < F_{.05}(7,6)$$

অতএব নাস্তি কল্পনা বর্জন হবে অর্থাক প্রতটি সারের প্রভাব এক নয় এদের মধ্যে পার্থক্য আছে।

আবার সারের প্রভাব এক কিনা যাচাই করতে যাচাই স্ট্যাটিস্টিক

$$t = \frac{|A' - B'|}{\sqrt{\frac{2 \times 8.08}{8}}}$$

$$= \frac{\left| \frac{36}{4} - \frac{57}{4} \right|}{\sqrt{4.04}}$$

$$= \frac{5.25}{2.01}$$

$$= 2.61 \text{ এবং এর স্বাধীনতা মাত্রা } 6$$

সারণীকৃত মান  $t_{.05, 6} = 2.85$

সুতরাং নাস্তি কল্পনা বর্জন হচ্ছে অর্থাক সারের প্রভাব ভিন্ন।

নিজে করুন:

| সারি/কলাম       | ১         | ২         | ৩         | ৪         | সারি যোগফল |
|-----------------|-----------|-----------|-----------|-----------|------------|
| ১               | D<br>২৯.১ | B<br>১৮.৯ | C<br>২৯.৪ | A<br>৫.৭  | ৮৩.১       |
| ২               | C<br>১৬.৪ | A<br>১০.২ | D<br>২১.২ | B<br>১৯.১ | ৬৬.৯       |
| ৩               | A<br>৫.৪  | D<br>৩৮.৮ | B<br>২৪.০ | C<br>৩৭.০ | ১০৫.২      |
| ৪               | B<br>২৪.৯ | C<br>৪১.৭ | A<br>৯.৫  | B<br>২৮.৯ | ১০৫.০      |
| কলামের<br>যোগফল | ৭৫.৮      | ১০৯.৬     | ৮৪.১      | ৯০.৭      | ৩৬০.২      |

সারসংক্ষেপ :

লাতিন বর্গ নকশায় চর্যার সংখ্যা ও পুনরায়নের সংখ্যা সমান থাকে।



পাঠোত্তর মূল্যায়ন -১১.৪ :

নৈর্ব্যক্তিক প্রশ্ন:

সঠিক উত্তরের পাশে টিক (✓) চিহ্ন দিন:

- ১। ৫টি চর্যা যুক্ত লাতিন বর্গ নকশার জন্য কতটি প্লট লাগবে।  
(ক) ১৬টি (খ) ১২টি (গ) ২৫টি (ঘ) কোনটিই নয়।
- ২। লাতিন বর্গ নকশার কোনটি ঠিক।  
(ক) চর্যার সংখ্যা = সারির সংখ্যা = কলামের সংখ্যা  
(খ) চর্যার সংখ্যা > সারির সংখ্যা > কলামের সংখ্যা  
(গ) চর্যার সংখ্যা < সারির সংখ্যা < কলামের সংখ্যা  
(ঘ) কোনটিই নয়।

৩। লাতিন বর্গ নকশার মডেল কোনটি ?

(ক)  $y_{ij} = \mu + \alpha_i + e_{ij}$       (খ)  $y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \gamma_k + e_{ijk}$

(গ)  $y_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta_j + e_{ij}$       (ঘ) কোনটিই নয়।

সত্য/মিথ্যা নির্ণয় :

৪। চর্যার সংখ্যা  $m$  হলে পরীক্ষনের সংখ্যা হবে  $m^2$

গুণ্যস্থান পূরণ :

৫। লাতিন বর্গ মডেল, ----- ।

বাক্য/শব্দ মিলানো

|                                                     |                                  |
|-----------------------------------------------------|----------------------------------|
| ৬। ল্যাটিন বর্গ নকশার ক্ষেত্রে স্বাধীনতা মাত্রা হবে | ক) ১৬                            |
| ৭। ৪ × ৪ ল্যাটিন বর্গ নকশার উপাদান সংখ্যা           | খ) $(m-১)$ , $(m-২)$ , $(m-৩)$ , |



চূড়ান্ত মূল্যায়ন-১১

সংক্ষিপ্ত ও রচনামূলক প্রশ্নাবলী :

- ১। পরীক্ষণের নকশা বলতে কি বোঝেন? পরীক্ষণের নকশার মূলনীতিসমূহ আলোচনা করুন।
- ২। পরীক্ষণের একক, চর্যা, উব্বপাদন, ব্লক এবং পরীক্ষার ত্রুটি এর সংজ্ঞা দিন।
- ৩। পরীক্ষণের নকশার গুরুত্বপূর্ণ ধাপসমূহ বর্ণনা করুন।
- ৪। সম্পূর্ণ দৈবায়িত নকশার সংজ্ঞা দিন। এ নকশা থেকে প্রাপ্ত তথ্যাবলির পরিসংখ্যানিক বিশ্লেষণ পদ্ধতির বর্ণনা দিন।
- ৫। দৈবায়িত ব্লক নকশার সংজ্ঞা দিন। এ নকশা থেকে প্রাপ্ত তথ্য সমূহের পরিসংখ্যানিক বিশ্লেষণ পদ্ধতির বর্ণনা দিন।
- ৬। লাতিন বর্গ নকশা বলতে কি বুঝেন। এ নকশা থেকে প্রাপ্ত তথ্য সমূহের পরিসংখ্যানিক বিশ্লেষণ পদ্ধতির বর্ণনা দিন।
- ৭। ৫ প্রকার গমের বীজের প্রভাব পরীক্ষা যাচাই এর জন্য সম্পূর্ণ দৈবায়িত নকশা অনুসরণ করে বিভিন্ন প্লটে প্রয়োগ করে নিম্নলিখিত তথ্য পাওয়া গেল। ভেদাংক বিশ্লেষণ করে গমের বীজের প্রভাবে পার্থক্য আছে কিনা যাচাই করুন।

| জাত-১ | জাত-২ | জাত-৩ | জাত-৪ | জাত-৫ |
|-------|-------|-------|-------|-------|
| ১২    | ১৩    | ১১    | ৯     | ১৫    |
| ১০    | ৯     | ১৩    | ৮     | ১৭    |
| ১৫    | ১৫    | ১৫    | ১০    | ১৯    |
| ১১    | ১২    | ১২    | ১১    | ২০    |
| ২০    | ১৪    | ১৬    | ৭     | ১৩    |

- ৮। একটি দৈবায়িত ব্লক নকশা পরীক্ষণে ৬টি চর্যা এবং ৪টি ব্লক আছে। বিভিন্ন ব্লকের পরীক্ষণের এককে বিভিন্ন চর্যার উব্বপাদন নিম্নে দেওয়া হল। চর্যাগুলিকে সংখ্যার বন্ধনীর সাহায্যে চিহ্নিত করা হয়েছে। বিভিন্ন চর্যার প্রভাবের মধ্যে পার্থক্য আছে কিনা যাচাই করুন।

|   |     |     |     |     |     |     |
|---|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| ১ | (১) | (৩) | (২) | (৪) | (৫) | (৬) |
|   | ২৭  | ২৫  | ২১  | ১৭  | ১৭  | ২৫  |

|   |           |           |           |           |           |           |
|---|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| ২ | (৩)<br>২১ | (২)<br>২৭ | (১)<br>২৬ | (৪)<br>১৫ | (৬)<br>২১ | (৫)<br>১৬ |
| ৩ | (৬)<br>২৬ | (৪)<br>১৮ | (১)<br>৩৭ | (২)<br>৩৫ | (২)<br>৩৭ | (৫)<br>১৭ |
| ৪ | (৫)<br>১৯ | (২)<br>৩০ | (১)<br>২৭ | (৪)<br>১৪ | (৩)<br>৩৩ | (৬)<br>২২ |

৯। একটি লাতিন বর্গ নকশার পরীক্ষনের ফলাফল নিম্নে দেয়া হল। ভেদাংক বিশ্লেষণ সারণী তৈরী করুন এবং চর্যা সম্বন্ধে মন্তব্য করুন।

|    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|
| A  | B  | C  | D  | E  |
| ১০ | ৮  | ১৭ | ৬  | ৫  |
| B  | C  | D  | E  | A  |
| ১০ | ১৬ | ৪  | ৪  | ৫  |
| C  | D  | E  | A  | B  |
|    | ৮  | ৬  | ৪  | ২০ |
| D  | E  | A  | B  | C  |
|    | ৭  | ৬  | ১৬ | ২৫ |
| E  | A  | B  | C  | D  |
|    | ১২ | ১৪ | ১৫ | ৭  |

**Key** উত্তরমালা:

পাঠ ১১.১: ১। খ ২। ঘ ৩। খ ৪। ক ৫। সত্য ৬। সত্য ৭। ব্লক ৮। উব্বপাদন ৯। গ ১০। ক ১১। খ

পাঠ ১১.২: ১। ঘ ২। ক ৩। ক ৪। মিথ্যা ৫। সত্য ৬। চর্যার সংখ্যা চর্যার পুনরায়ণের ৭। মোট বর্গ সমষ্টি-চর্যাজনিত বর্গ সমষ্টি ৮। খ ৯। ক

পাঠ ১১.৩: ১। খ ২। ক ৩। খ ৪। সত্য ৫। সমান ৬। ব্লকের সংখ্যা ৭। খ ৮। ক

পাঠ ১১.৪: ১। গ ২। ক ৩। খ ৪। সত্য ৫।  $y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \gamma_k + e_{ijk}$  ৬। খ ৭। ক

ব্যবহারিক অংশ

সিলেবাস

- ১। মুদ্রা নিষ্ক্ষেপ ও গণসংখ্যা বিন্যাসের সাহায্যে দ্বিপদী বিন্যাসের মিলকরণ এবং চিত্রের মাধ্যমে প্রাপ্ত ও প্রত্যাশিত গণসংখ্যার তুলনা
- ২। গণসংখ্যা বিন্যাসকে পৈসুঁ বিন্যাসে মিলকরণ ও চিত্রের সাহায্যে প্রাপ্ত ও প্রত্যাশিত গণসংখ্যার তুলনা।
- ৩। গণসংখ্যা বিন্যাসকে উপযুক্ত (দ্বিপদী বা পৈসুঁ) বিন্যাসে মিলকরণ।
- ৪। পরিমিত সম্ভাবনা সারণী ব্যবহার করে বাস্তব উদাহরণের সাহায্যে সম্ভাবনা নির্ণয়।
- ৫। বিভিন্ন সূত্রের সাহায্যে মূল্য ও পরিমানসূচক সংখ্যা, জীবনযাত্রার ব্যয় সূচক সংখ্যা নির্ণয় ও তাত্ত্বিক পরীক্ষা।
- ৬। সমগ্রক থেকে সম্ভাব্য নমুনায়ন এবং  $E(x) = \mu$  প্রমান অথবা সসীম আকারে সমগ্রক হতে পুনঃস্থাপন করে এবং পুনঃস্থাপন না করে নির্দিষ্ট আকারের সম্ভাব্য নমুনাসমূহ চয়ন এবং সেখান থেকে প্রমান করতে হবে যে নমুনা গড় হল সমগ্রকের গড়ের নিখুঁকী নিরূপক। নির্বিচারী সংখ্যা সারণী (Random Number Table) ব্যবহার করে নির্দিষ্ট আকারের নমুনায়ন ও নমুনা গড়, আদর্শ বিচ্যুতি নির্ণয়।
- ৭। নির্ভরশীলতার অনুপাত, লিঙ্গ অনুপাত, জনসংখ্যার ঘনত্ব, অশোধিত জন্ম হার, সাধারণ জন্মহার, বয়ঃক্রমিক প্রজনন হার, মোট প্রজনন হার, অশোধিত মৃত্যু হার, বয়ঃক্রমিক মৃত্যুহার, জনসংখ্যার বৃদ্ধির হার স্থানান্তর, জনসংখ্যা দ্বিগুণ, ত্রিগুণ হওয়ার সময়কাল নির্ণয়।
- ৮। ম্যাট্রিক্সের বিভিন্ন সূত্রাবলীর প্রমান।
- ৯। গড়ের ক্ষেত্রে যথার্থতা যাচাই, অনুপাতের যথার্থতা যাচাই এবং ভেদাক্ষের ক্ষেত্রে যথার্থতা যাচাই।
- ১০। সম্পূর্ণ দৈবায়িত নকশা, দৈবায়িত ব্লক নকশা ও লাতিন বর্গ নকশার সাহায্যে ভেদাঙ্ক বিশ্লেষণ করাও যথার্থতা যাচাই করা।



### সহায়ক গ্রন্থপঞ্জি

আহমেদ, শ: আধুনিক পরিসংখ্যান।

ভূঞা, কে.সি. ও মতিন, এম.এ: মৌলিক পরিসংখ্যান, সাহিত্য প্রকাশনী।

- কেশব চন্দ্র ভূঞা; নমুনায়ন পদ্ধতি এবং এর প্রয়োগ (১, ২) বাংলা একাডেমী, ১৯৯৫  
কেশব চন্দ্র ভূঞা; নির্ভরণ বিশ্লেষণ বাংলা একাডেমী, ঢাকা।  
মিয়া, ম. আ. ও মিয়ান, ম. আ. : পরিসংখ্যান পরিচিতি। আইডিয়াল লাইব্রেরী, ঢাকা-১৯৮৫।  
টি.এইচ ওনাকট, আ: জে, ও নাকট; পরিসংখ্যান পরিচিতি  
অনুবাদক: মতিউর রহমান বাংলা একাডেমী ঢাকা ১৯৮৯।  
রাজকুমার সেন; সংখ্যাতত্ত্ব পশ্চিমবঙ্গ রাজ্য পুস্তক পর্ষদ ১৯৮৬  
Bailey, Tl J. : Statistical Methods in Biology (3rd E.D) Cambridge University press.  
Bhat. B.R. : Modern Probability Theory. 1981.  
Brunk, H. : An Introduction to Mathematical Statistics. Girml Co., Boston 1980.  
Chow, Y.S. : Probability Theory, 1979.  
Cochran, M.G. & Cox, M.G. : Experimental Design, New Youk, Wiley (1957).  
Carmer, H. : Mathematical Methods of Statistics, princlton University press.  
vikas publishing house pvt ltd 1973.  
Eason, G. : Mathematics and Statistics for Bio-Science, 1980.  
Euglewood Cliff N.J.: General Statistics, Prentice-Hall Inc. 1967.  
Fisher, R. A. : Statistical Methods, Experimental Design, and Scientific inference, Oxford  
University Press (1990)  
Coulnden, C. H. : Methods of Statistical Analysis, Modern Asia Edition John Wiley and Sons. Inc.  
1952.  
Gupta, S.C. & Kapoorer, V.K. : Fundamentals of Mathematical Statistics. Sultan Chand and Sons,  
Delhi, India.  
Gupta, S.C : Statistical Methods. Sultan Chand and Sons, Delhi, India.  
Guilford, J. P. & Fruchter, B. : Fundamental Statistics in Psychology and Education, New York,  
McGraw-Hill (1973).  
Harnett, D.L. : Introductory Statistical Analysis 2nd edition 1980.  
Horton, R. L. : The General Linear Model, New York, McGraw-Hill, International (1978).  
Kendall, M.G and Stuart, A. The Advanced Theory of Statisties, Vol. 1, 2 and 3 charles, Griffin  
and Co. Ltd.  
Mood, A. M and Graybill, F. A : An Introduction to the Theory of Statistics. McGrow-Hill Book  
Com. 2nd edition, 1963.  
Mostafa, M. G. : Methods of Statistics.  
Peers, S. I. : Statistical Analysis for Educational and Psychology Researcher. The Falmer press,  
London.  
Williams, E.J. : Regression Analysis, Jhon Wiley and sons Inc. 1954.  
Winner, B. J. : Statistical Principles in Experimental Desing (2nd E. D.), New York, McGraw-  
Hill (1971).  
C.B Gupta, Gupta; An Introduction to statistical Methods.

## সিলেবাস

পরিসংখ্যান দ্বিতীয় পত্র

### উদ্দেশ্য



বাংলাদেশ উন্মুক্ত বিশ্ববিদ্যালয়ের প্রবর্তিত এইচ এস সি প্রোগ্রামের (বিজ্ঞান, মানবিক ও ব্যবসায় শিক্ষা শাখায়) শিক্ষার্থীদের সামাজিক ও অর্থনৈতিক বিষয়ে জ্ঞান অর্জনের লক্ষ্যে পরিসংখ্যান বইটি মড্যুলার পদ্ধতিতে রচিত হয়েছে। এ বইটিতে সম্ভাবনা, গাণিতিক প্রত্যাশা, বিভিন্ন বিন্যাস, যথার্থতা যাচাই, পরিষ্কণের নকশা প্রভৃতি বিষয়বলীর বিভিন্ন পাঠে ভাগ করে দূরশিক্ষণের শিক্ষার্থীদের উপযোগী করে উপস্থাপন করা হয়েছে। আশা করি, বইটি শিক্ষার্থীদের পরিসংখ্যানিক জ্ঞানকে সমৃদ্ধ করবে।

|                |          |                                                                                       |
|----------------|----------|---------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>ইউনিট ১</b> | <b>:</b> | <b>সম্ভাবনা (Probability)</b>                                                         |
| পাঠ ১.১        | :        | সম্ভাবনা সম্পর্কিত বিভিন্ন সংজ্ঞা                                                     |
| পাঠ ১.২        | :        | সেট                                                                                   |
| পাঠ ১.৩        | :        | সম্ভাবনা তত্ত্ব                                                                       |
| পাঠ ১.৪        | :        | সম্ভাবনা সম্পর্কিত বিধি ও শর্তাবলী                                                    |
| <b>ইউনিট ২</b> | <b>:</b> | <b>দৈব চলক ও গাণিতিক প্রত্যাশা<br/>(Random variable and Mathematical Expectation)</b> |
| পাঠ ২.১        | :        | দৈব চলক, বিচ্ছিন্ন ও অবিচ্ছিন্ন চলক, সম্ভাবনা নিবেশন                                  |
| পাঠ ২.২        | :        | সম্ভাবনা অপেক্ষক, সম্ভাবনা ঘনত্ব অপেক্ষক, বিন্যাস অপেক্ষক                             |
| পাঠ ২.৩        | :        | সম্ভাবনা অপেক্ষক সম্পর্কিত কতিপয় সমস্যা                                              |
| পাঠ ২.৪        | :        | গাণিতিক প্রত্যাশা, গড় ও ভেদাঙ্ক নির্ণয়                                              |
| পাঠ ২.৫        | :        | গাণিতিক প্রত্যাশার কতিপয় উপপাদ্য ও তার প্রমাণ                                        |
| পাঠ ২.৬        | :        | গাণিতিক প্রত্যাশা সংক্রান্ত কতিপয় সমস্যা ও তাদের সমাধান                              |
| <b>ইউনিট ৩</b> | <b>:</b> | <b>দ্বিপদী বিন্যাস (Binomial distribution)</b>                                        |
| পাঠ ৩.১        | :        | বার্ণোলী প্রচেষ্টা, দ্বিপদী চলক ও দ্বিপদী বিন্যাস                                     |
| পাঠ ৩.২        | :        | দ্বিপদী বিন্যাসের সম্ভাবনা অপেক্ষক উদ্ভাবন                                            |
| পাঠ ৩.৩        | :        | দ্বিপদী বিন্যাসের গড় ও ভেদাঙ্ক নির্ণয় ও এদের তুলনা                                  |
| পাঠ ৩.৪        | :        | দ্বিপদী বিন্যাসের ব্যবহার ও ধর্মাবলী                                                  |
| পাঠ ৩.৫        | :        | দ্বিপদী বিন্যাসের বিভিন্ন সমস্যাবলী                                                   |
| <b>ইউনিট ৪</b> | <b>:</b> | <b>পৈসু বিন্যাস (Poisson distribution)</b>                                            |
| পাঠ ৪.১        | :        | পৈসু বিন্যাস                                                                          |
| পাঠ ৪.২        | :        | পৈসু বিন্যাসের সম্ভাবনা অপেক্ষক উদ্ভাবন                                               |

- পাঠ ৪.৩ : পৈসু বিন্যাসের গড় ও ভেদাঙ্ক নির্ণয়
- পাঠ ৪.৪ : পৈসু বিন্যাসের ধর্মাবলী ও ব্যবহার
- ইউনিট ৫ : পরিমিত বিন্যাস (Normal distribution)**
- পাঠ ৫.১ : পরিমিত বিন্যাস ও পরিমিত রেখা
- পাঠ ৫.২ : পরিমিত বিন্যাসের গড় ও ভেদাঙ্ক
- পাঠ ৫.৩ : পরিমিত বিন্যাসের ধর্মাবলী
- পাঠ ৫.৪ : পরিমিত বিন্যাসে সম্ভাবনা সারণীর ব্যবহার
- ইউনিট ৬ : নমুনায়ন (Sampling)**
- পাঠ ৬.১ : নমুনা সম্পর্কিত বিভিন্ন সংজ্ঞা
- পাঠ ৬.২ : নমুনা জরিপ ও গুমারী
- পাঠ ৬.৩ : নমুনা জরিপের বিভিন্ন ধাপ
- পাঠ ৬.৪ : নমুনায়ন ক্রটি ও অননমুনায়ন ক্রটি
- পাঠ ৬.৫ : সম্ভাবনা নমুনায়ন ও ঐচ্ছিক নমুনায়ন
- পাঠ ৬.৬ : দৈব সংখ্যা সারণী ব্যবহার করে নমুনা নির্বাচন
- পাঠ ৬.৭ : সরল দৈব নমুনায়ন
- ইউনিট ৭ : জন পরিসংখ্যান (Vital statistics)**
- পাঠ ৭.১ : জন পরিসংখ্যান ও বিভিন্ন উব্বসের ধারণা
- পাঠ ৭.২ : নির্ভরশীলতার অনুপাত ও জনসংখ্যার ঘনত্ব
- পাঠ ৭.৩ : প্রজনন হার
- পাঠ ৭.৪ : মৃত্যু হার
- পাঠ ৭.৫ : স্থানান্তর
- ইউনিট ৮ : বিন্যাস, সমাবেশ, নির্ণায়ক ও ম্যাট্রিক্স  
(Permutation, combination, determinant and matrix)**
- পাঠ ৮.১ : বিন্যাস.
- পাঠ ৮.২ : সমাবেশ

|                 |          |                                                      |
|-----------------|----------|------------------------------------------------------|
| পাঠ ৮.৩         | :        | নির্ণায়ক                                            |
| পাঠ ৮.৪         | :        | নির্ণায়কের বিভিন্ন গুণাবলীসহ প্রমাণ                 |
| পাঠ ৮.৫         | :        | ম্যাট্রিক্স                                          |
| পাঠ ৮.৬         | :        | ম্যাট্রিক্সের বিভিন্ন সূত্র ও তার প্রমাণ             |
| <b>ইউনিট ৯</b>  | <b>:</b> | <b>প্রাক্কলন (Estimation)</b>                        |
| পাঠ ৯.১         | :        | প্রাক্কলন                                            |
| পাঠ ৯.২         | :        | প্রাক্কলন পদ্ধতি                                     |
| পাঠ ৯.৩         | :        | প্রাক্কলনের ধর্ম ও প্রমাণ                            |
| পাঠ ৯.৪         | :        | অন্তর প্রাক্কলন                                      |
| <b>ইউনিট ১০</b> | <b>:</b> | <b>যথার্থতা যাচাই (Test of significance)</b>         |
| পাঠ ১০.১        | :        | যথার্থতা যাচাই সম্পর্কিত কতিপয় সংজ্ঞা               |
| পাঠ ১০.২        | :        | যথার্থতা যাচাই এর জন্য ব্যবহৃত বিভিন্ন স্ট্যাটিস্টিক |
| পাঠ ১০.৩        | :        | গড়ের ক্ষেত্রে যথার্থতা যাচাই                        |
| পাঠ ১০.৪        | :        | অনুপাতের ক্ষেত্রে যথার্থতা যাচাই                     |
| পাঠ ১০.৫        | :        | ভেদাঙ্কের ক্ষেত্রে যথার্থতা যাচাই                    |
| <b>ইউনিট ১১</b> | <b>:</b> | <b>পরীক্ষণের নকশা (Experimental design)</b>          |
| পাঠ ১১.১        | :        | পরীক্ষণের নকশা সম্পর্কিত বিভিন্ন সংজ্ঞা              |
| পাঠ ১১.২        | :        | সম্পূর্ণ দৈবায়িত নকশা                               |
| পাঠ ১১.৩        | :        | দৈবায়িত ব্লক নকশা                                   |
| পাঠ ১১.৪        | :        | লাতিন বর্গ নকশা                                      |

**মানবন্টন**  
মোট নম্বর -১০০

$$\text{তত্ত্বীয় } ৭৫ + \text{ব্যবহারিক } ২৫ = ১০০$$

তত্ত্বীয়

মোট নয়টি প্রশ্ন থাকবে, তন্মধ্যে পাঁচটি প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে।

$$১৫ \times ০৫ = ৭৫$$

ব্যবহারিক

ব্যবহারিক পরীক্ষা ১৫

ব্যবহারিক খাতা ৫

মৌখিক পরীক্ষা ৫

---

মোট- ২৫

নমুনা প্রশ্ন  
পরিসংখ্যান ২য় পত্র (তৃতীয়)  
পূর্ণমান-৭৫  
সময় - ৩ ঘন্টা

(প্রত্যেক প্রশ্নের মান সমান)

যে কোন ৫টি প্রশ্নের উত্তর দিন:

- ১। ক) নমুনা ক্ষেত্রের সংজ্ঞা লিখুন। একটি ছক্কে ২ বার নিষ্ক্ষেপ করলে প্রাপ্ত নমুনা বিন্দুর নমুনা ক্ষেত্রটি লিখুন। ৫০০৩ = ১৫
- খ) সমাবেশের সংজ্ঞা লিখুন। প্রমাণ করুন, A ও B দুইটি পরস্পর বর্জনশীল ঘটনা হলে  $\text{Prob}[A \leftrightarrow B] = \text{Prob}[A] + \text{Prob}[B]$
- গ) একটি বক্সে ৫টি কালো ও ৪টি সাদা বল আছে। উহা হতে দৈবভাবে ২টি বল নেওয়া হল। বল দুইটি i) একই রং এর ও ii) ভিন্ন রং এর হওয়ার সম্ভাবনা কত?

- ২। ক) সম্ভাবনা অপেক্ষক ও নিবেশন অপেক্ষকের সংজ্ঞা লিখুন। ৫০০৩ = ১৫  
একটি দৈব চলক এর অপেক্ষক দেওয়া হল

|        |                |                |               |                |
|--------|----------------|----------------|---------------|----------------|
| $x$    | -৩             | -১             | ১             | ২              |
| $f(x)$ | $\frac{1}{15}$ | $\frac{3}{10}$ | $\frac{2}{5}$ | $\frac{1}{10}$ |

এটি সম্ভাবনা অপেক্ষক কিনা যাচাই করুন।

- খ) গাণিতিক প্রত্যাশার সংজ্ঞা লিখুন। যদি  $Y = kX$  হয়, তাহলে গাণিতিক প্রত্যাশার মান নির্ণয় করুন।
- গ) দ্বিপদী বিন্যাসের গড় ও ভেদাঙ্ক নির্ণয় করুন।
- ৩। ক) পैसे বিন্যাসের ধর্মগুলি লিখুন। যদি  $P = .৫০$  এবং  $n = ১০০০$  হয়, ৫+১০ = ১৫  
তবে পैसे বিন্যাসের গড় নির্ণয় করুন।
- খ) দ্বিপদী বিন্যাসকে কিভাবে পैसे বিন্যাসে পরিণত করা যায়, আলোচনা করুন।

- ৪। ক) পরিমিত বিন্যাসের সংজ্ঞা লিখুন। পরিমিত বিন্যাসের ধর্মগুলি আলোচনা করুন। ৫০০ ৩ = ১৫
- খ) নমুনায়ন ত্রুটি সম্পর্কে লিখুন। নমুনায়ন ত্রুটি কিভাবে দূর করা যায় আলোচনা করুন।
- গ) নিম্নে ২০টি তথ্য দেওয়া হল। ৫টি তথ্য বিশিষ্ট নমুনা দৈব সারণীর সাহায্যে নির্ণয় করুন এবং নমুনা গড় নির্ণয় করুন।

|    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|
| ১৮ | ৩৩ | ৩৫ | ২৭ | ৩০ |
| ২০ | ২৬ | ২৮ | ৩৩ | ৩৭ |
| ৩২ | ৩৪ | ৩২ | ১৯ | ৩৮ |
| ২৬ | ২৩ | ৩৬ | ৩৮ | ২৭ |

- ৫। ক) নির্ভরশীলতার অনুপাতের সংজ্ঞা লিখুন। গুণ্য জনসংখ্যা প্রবৃদ্ধি সম্পর্কে আলোচনা করুন। ৫০০৩=১৫

খ) সাধারণ প্রজনন হার ও মোট প্রজনন হারের পার্থক্যগুলি লিখুন।

গ) নিচের তথ্য থেকে বয়ো:নির্দিষ্ট মৃত্যুহার ও অশোধিত মৃত্যুহার নির্ণয় করুন।

|               |       |        |        |        |       |
|---------------|-------|--------|--------|--------|-------|
| বয়স          | ০-১০  | ১০-৩০  | ৩০-৫০  | ৫০-৭০  | ৭০>   |
| জনসংখ্যা      | ৫,০০০ | ১০,০০০ | ১৫,০০০ | ১০,০০০ | ২,০০০ |
| মৃত্যু সংখ্যা | ১২৫   | ৩০     | ৩০     | ২০০    | ১,০০০ |

৬। ক) নির্ণায়কের সংজ্ঞা লিখুন। নির্ণায়কটির মান নির্ণয় করুন।

৫০০৩ = ১৫

|   |    |   |
|---|----|---|
| ২ | ৩  | ৪ |
| ৫ | ৭  | ৬ |
| ৮ | ১০ | ৯ |

খ) প্রমাণ করুন যদি কোন নির্ণায়কের দুইটি পাশাপাশি সারি বা কলাম পরস্পর স্থান পরিবর্তন করে তবে নির্ণায়কের চিহ্ন পরিবর্তিত হয়, মানের কোন পরিবর্তন হয় না।

গ)

যদি  $A = \begin{bmatrix} ১ & -১ & ০ \\ ২ & ২ & -১ \end{bmatrix}$  এবং  $B = \begin{bmatrix} ১ & ৩ \\ ২ & ১ \end{bmatrix}$  তবে প্রমাণ করুন  $AB \neq BA$

৭। ক) অন্তর প্রাক্কলনের সংজ্ঞা লিখুন। গরিষ্ঠ প্রাক্কলিত মানের ধর্মগুলি আলোচনা করুন। ৫০০৩ = ১৫

খ) একটি তথ্যবিশ্বের পরিমিত বিন্যাস থেকে ১৫টি নমুনা দেওয়া হল:

|    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| ৩০ | ২১ | ২৪ | ২৮ | ৩৫ | ৩০ | ৩৮ | ২৩ | ২৪ | ২৫ |
| ৩৪ | ২৬ | ৪০ | ৪৩ | ২২ |    |    |    |    |    |

i) পরিমিত বিন্যাসের ভেদাঙ্ক  $\sigma^2 = ১৩$  এবং ii) পরিমিত বিন্যাসের ভেদাঙ্ক অজানা, এ দুটো অনুমানের জন্য নাস্তি কল্পনা যাচাই করুন।

৮। ক) পরীক্ষণের নকশার মূলনীতিগুলো আলোচনা করুন।

৫+১০ = ১৫

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| A | B | C | D |
| B | C | D | A |
| C | D | A | B |
| D | A | B | C |

কোন ধরণের নকশা, ব্যাখ্যা করুন।

খ) সম্পূর্ণ দৈবায়িত নকশা হতে কিভাবে ভেদাঙ্ক বিশ্লেষণ টেবিল তৈরি করা যায়, আলোচনা করুন।

৯। টীকা লিখুন : যে কোন তিনটি

৫০০৩ = ১৫

- ক) ভেদাঙ্ক বিশ্লেষণ
- খ) লাতিন বর্গ ডিজাইন
- গ) লঘিষ্ঠ ভেদাঙ্ক পক্ষপাতশূন্য প্রাক্কলক
- ঘ) অভ্যন্তরীণ স্থানান্তর
- ঙ) সরল দৈব নমুনায়ন