

কাজ, শক্তি ও ক্ষমতা Work, Energy and Power

ইউনিট
8



ভূমিকা (Introduction)

দৈনন্দিন জীবনে কোনো কিছু করাকে কাজ বলে। আবার অনভিপ্রেত কোনো কিছু করাকে অকাজ বলে। আপনাকে একটি চায়ের কাপ হাতে কোনো যায়গায় চুপচাপ দাঁড়িয়ে থাকতে বলা হলো। চুপচাপ দাঁড়িয়ে থাকাটা আপনার কাজ। কিন্তু যদি আপনার হাত থেকে চায়ের কাপটি পড়ে ভেঙ্গে যায় তা হল সেটি হবে অকাজ। পদার্থবিজ্ঞানের ভাষায় ঘটনাগুলো ঠিক মেলে না। কাজ বলতে পদার্থবিজ্ঞানের ধারণা ভিন্ন। বল প্রয়োগের সাথে বস্তুর সরণ হলে তবেই কাজ হবে। বল এবং সরণের গুণফল দিয়ে কাজের পরিমাপ। বিভিন্ন ধরনের বল দিয়ে বিভিন্ন ভাবে কাজ প্রকাশ করা হয়। কাজ করতে প্রয়োজন শক্তি। আর এ সাথেই আসে কাজ করার হার বা ক্ষমতা।

পদার্থবিজ্ঞান পাঠে কাজ, বিভিন্ন ধরনের কাজ, শক্তি, বিভিন্ন ধরণের শক্তি, ক্ষমতা এই তিনটি রাশির সঙ্গে সম্পর্কিত বিভিন্ন রাশির গাণিতিক সম্পর্ক, একক ও সমস্যাবলী নিয়ে আলোচনা করা হবে।

এই ইউনিটের পাঠসমূহ

পাঠ - ৪.১ : কাজ

পাঠ - ৪.২ : পরিবর্তনশীল বল দ্বারা কৃত কাজ

পাঠ - ৪.৩ : গতি শক্তি

পাঠ - ৪.৪ : বিভব শক্তি

পাঠ - ৪.৫ : সংরক্ষণশীল বল ও অসংরক্ষণশীল বল

পাঠ - ৪.৬ : শক্তির সংরক্ষণ সূত্র

পাঠ - ৪.৭ : ক্ষমতা

পাঠ - ৪.৮ : ব্যবহারিক-৪ : একটি স্প্রিং এর বিভব শক্তি নির্ণয়

পাঠ-৪.১

কাজ

Work



উদ্দেশ্য

এ পাঠ শেষে আপনি-

- দৈনন্দিন জীবনের কাজ আর বিজ্ঞানের কাজের মধ্যে পার্থক্য নির্দেশ করতে পারবেন।
- ধ্রুব বল দ্বারা কৃত কাজ হিসাব করতে পারবেন।
- কাজকে বল ও সরণের স্কেলার গুণফল হিসেবে প্রকাশ করতে পারবেন।



৪.১.১ কাজ (Work)

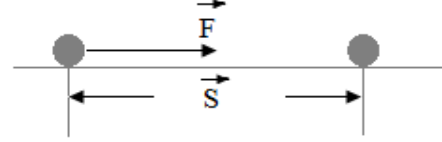
সাধারণ অর্থে কোনো কিছু করাকে কাজ বললেও পদার্থবিজ্ঞানের ভাষায় তা কাজ নয়। একজন নৌকার মাঝি সারা দিন শ্রোতের বিপরীতে দাঁড় টেনে যদি সন্ধ্যায় দেখেন তীরের সাপেক্ষে তিনি আগের জায়গাতেই আছেন তা হলে

আসলে তিনি কোনো কাজ করেন নাই কারণ নৌকার কোনো সরণ হয় নাই। পদার্থবিজ্ঞানে কাজ বলতে কোনো বস্তুর উপর বল প্রয়োগে বস্তুর অবস্থান পরিবর্তন অর্থাৎ সরণ সংক্রান্ত অবস্থাকে বোঝায়। পদার্থবিজ্ঞানে কাজের সংজ্ঞা হলো : কোনো বস্তুর উপর বল প্রয়োগে যদি বলের প্রভাবে বস্তুর সরণ ঘটে তা হলে ঐ বল দ্বারা কাজ হয়েছে বলে ধরা হয়।

ধরা যাক, একটি বস্তুর উপর একটি ধ্রুব বল F প্রয়োগ করা হলো।

এতে বলের অভিমুখে সরলরেখা বরাবর বস্তুর সরণ হলো S (চিত্র ৪.১)। তা হলে বস্তুর উপর বল দ্বারা কৃত কাজের পরিমাণ হবে, প্রযুক্ত বলের মান এবং বলের দিকে সরণের মানের গুণফলের সমান। অর্থাৎ,

$$W = F S \dots\dots \dots (৪.১)$$



চিত্র ৪.১

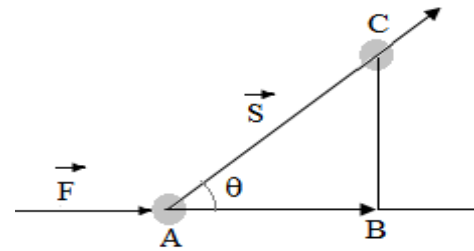
অতএব বল প্রয়োগে বলের দিকে বস্তুর সরণ হলে, বস্তুর উপর প্রযুক্ত বল ও বলের দিকে বস্তুর সরণের পরিমাণের গুণফলকে কাজ বলে।

কিন্তু সব সময় বস্তুর সরণ প্রযুক্ত বলের দিকে ঘটে তা নয়। ধরা যাক A বিন্দুতে বস্তুর উপর AB বরাবর F বল প্রয়োগ করার ফলে প্রযুক্ত বলের সাথে θ কোণ করে AC রেখা বরাবর বস্তুর S পরিমাণ সরণ হলো (চিত্র ৪.২)

এক্ষেত্রে বলের দিকে বস্তুর সরণের উপাংশ = $AC \cos \theta$
= $S \cos \theta$

এক্ষেত্রে কাজ হবে বস্তুর উপর প্রযুক্ত বল এবং বলের দিকে সরণের উপাংশের গুণফল।

$$\text{অতএব, } W = F S \cos \theta \dots\dots \dots (৪.২)$$



চিত্র ৪.২

অতএব বল প্রয়োগে বস্তুর সরণ বলের দিকে না হলে, বস্তুর উপর প্রযুক্ত বল ও বলের দিকে বস্তুর সরণের উপাংশের পরিমাণের গুণফলকে কাজ বলে।



৪.১.২ কাজকে বল ও সরণের স্কেলার গুণফল হিসেবে প্রকাশ

৪.২ সমীকরণে আমরা পেয়েছি, $W = F S \cos \theta$ একে লেখা যায়

= বলের মান \times বলের দিকে সরণের উপাংশ

= সরণের মান \times সরণের দিকে বলের উপাংশ

বল এবং সরণ দুটি ভেক্টর রাশি। কিন্তু এদের মানের গুণফল একটি স্কেলার রাশি। অতএব কাজকে দুটি ভেক্টর রাশির স্কেলার গুণফল দ্বারা পরিমাপ করা হয়।

$$\text{অর্থাৎ, } W = \vec{F} \cdot \vec{S} \dots\dots \dots (৪.৩)$$

ভেক্টর স্কেলার গুণনের নিয়মে

$$\vec{F} \cdot \vec{S} = F S \cos \theta$$

θ বল (\vec{F}) এবং সরণ (\vec{S}) এর মধ্যবর্তী কোণ

ক) $\theta = 0^\circ$ হলে

$$W = \vec{F} \cdot \vec{S} = F S \cos 0^\circ = F S \quad [\text{এখানে কাজ ধনাত্মক, অর্থাৎ } \theta \text{ সূক্ষ্ম কোণ হলে কাজ ধনাত্মক}]$$

খ) $\theta = 90^\circ$ হলে

$$W = \vec{F} \cdot \vec{S} = F S \cos 90^\circ = 0 \quad [\text{বল এবং সরণ পরস্পর লম্ব হলে কাজ শূন্য}]$$

গ) $\theta = 180^\circ$ হলে

$$W = \vec{F} \cdot \vec{S} = F S \cos 180^\circ = F S (-1) = -F S \quad [\text{বল এবং সরণ পরস্পর বিপরীত মুখী, এ অবস্থায় কাজ ঋণাত্মক বা বলের বিরুদ্ধে কাজ হয়েছে বলা হয়}]$$

রাশি : সমীকরণ (৪.২) এবং (৪.৩) থেকে পাওয়া যায় বল এবং সরণ দুটি ভেক্টর রাশির স্কেলার গুণফল হলো কাজ। তাই কাজ একটি স্কেলার রাশি।

কাজের মাত্রা : কাজের মাত্রা = বল \times সরণ -এর মাত্রা = ভর \times ত্বরণ \times সরণ -এর মাত্রা

$$= \text{ভর} \times \frac{\text{বেগ}}{\text{সময়}} \times \text{সরণ} = \text{ভর} \times \frac{\text{সরণ}}{\text{সময়}^2} \times \text{সরণ} = \text{ভর} \times \frac{\text{সরণ}^2}{\text{সময়}^2} \text{ -এর মাত্রা}$$

$$\therefore [W] = \frac{ML^2}{T^2} = ML^2T^{-2}$$

একক : কাজের একক = বল \times সরণ -এর একক = Nm (নিউটন মিটার)। এসআই একক J (জুল)।

$$1 \text{ J} = 1 \text{ Nm}$$

অর্থাৎ কোনো বস্তুর উপর এক নিউটন বল প্রয়োগের ফলে যদি বলের দিকে বস্তুর সরণ এক মিটার হয় তবে সম্পন্ন কাজের পরিমাণ এক জুল।

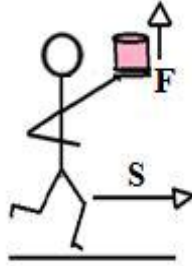


৪.১. ৩ ধ্রুব বল দ্বারা কৃত কাজ

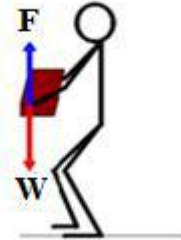
আগের অনুচ্ছেদে আমরা কাজ পরিমাপের সমীকরণসমূহ প্রতিপাদন করেছি এক্ষেত্রে প্রযুক্ত সবগুলি বলই নির্দিষ্ট বা ধ্রুব। ৪.৩ সমীকরণে θ এর বিভিন্ন মানের জন্য ধনাত্মক, শূন্য এবং ঋণাত্মক কাজের পরিমাপের ক্ষেত্রগুলি সম্পর্কে জেনেছি। আসুন বাস্তব উদাহরণ দেয়া যাক :



চিত্র ৪.৩ (ক)



চিত্র ৪.৩ (খ)



চিত্র ৪.৩ (গ)

৪.৩ (ক) চিত্রে দেখা যাচ্ছে একজন মানুষ একটি দেয়ালকে সামনের দিকে ধাক্কা দিচ্ছেন কিন্তু দেয়ালটির কোনো সরণ হচ্ছে না। এখানে $\theta = 0^\circ$ অর্থাৎ প্রযুক্ত বলের দিক এবং সম্ভাব্য সরণের দিক অভিন্ন। কিন্তু যেহেতু সরণ, $S = 0$ সেহেতু কাজের পরিমাণ শূন্য (0)। পদার্থবিজ্ঞানের ভাষায় এখানে কোনো কাজ হচ্ছে না।

৪.৩ (খ) চিত্রে দেখা যাচ্ছে, একজন মানুষ হাতের উপর একটি বস্তু ধরে রেখে সামনের দিকে এগিয়ে যাচ্ছেন। বস্তুটিকে ধরে রাখার জন্য তাকে অভিকর্ষ বলের বিপরীতে F বল প্রয়োগ করতে হচ্ছে। কিন্তু এই বল দ্বারা বস্তুর উর্ধ্ব বা নিম্নমুখী সরণ হচ্ছে না আবার বস্তুটিকে নিয়ে সামনের দিকে এগিয়ে যাওয়ায় বস্তুটির যে সরণ হয়েছে তা প্রযুক্ত বলের সাথে লম্ব সুতরাং এখানে প্রযুক্ত F বল কোনো কাজ করছে না বা কৃত কাজ শূন্য।

৪.৩ (গ) চিত্রে দেখা যাচ্ছে একজন লোক একটি বস্তুকে ধরে দাঁড়িয়ে আছেন। এ ক্ষেত্রে লোকটি বস্তুর উপর F বল প্রয়োগ করছেন। বস্তুটিকে অভিকর্ষ বল নিচের দিকে টানছে এই বল বস্তুর ওজন W । এক্ষেত্রে তিনটি ঘটনা ঘটতে পারে।

- বস্তুটি যদি F বল প্রয়োগের ফলে উপরের দিকে ওঠে তাহলে বল দ্বারা ধনাত্মক কাজ হবে কিন্তু অভিকর্ষ বল দ্বারা এর উপর ঋণাত্মক কাজ হবে। এক্ষেত্রে $F > W$
- বস্তুটি যদি F বল প্রয়োগের পরেও নিচের দিকে নামে তাহলে বল দ্বারা কৃত কাজ হবে ঋণাত্মক কিন্তু অভিকর্ষ বল দ্বারা এর উপর ধনাত্মক কাজ হবে। এক্ষেত্রে $F < W$ ।
- F বল প্রয়োগের ফলে বস্তুটি যদি অবস্থান পরিবর্তন না হয় অর্থাৎ উপরেও না উঠে এবং নিচেও না নামে তাহলে বল দ্বারা কৃত কাজ হবে শূন্য। এক্ষেত্রে $F = W$ ।

সকল ক্ষেত্রে অপরিবর্তিত বা ধ্রুব বল দ্বারা বস্তুর উপর কৃত কাজ পরিমাপের সমীকরণটি হলো, $W = \vec{F} \cdot \vec{S}$
বা, $W = F S \cos \theta$

গাণিতিক উদাহরণ ৪.১: একটি নির্দিষ্ট বস্তুর উপর ২৫N বল প্রয়োগ করায় বস্তুটি বলের দিকের সাথে 60° কোণ করে ৪ m দূরে সরে গেল। কাজের পরিমাণ নির্ণয় করুন।

সমাধান :

আমরা জানি,

$$\begin{aligned} W &= F S \cos \theta \\ &= 25 \times 8 \times \cos 60^\circ \\ &= 200 \times 0.5 \\ &= 100 \text{ J} \end{aligned}$$

এখানে ,

বল, $F = 25 \text{ N}$

সরণ, $S = 8 \text{ m}$

সরণ ও বলের মধ্যের কোণ, $\theta = 60^\circ$

কাজ, $W = ?$

উত্তর : ১০০ J



সার-সংক্ষেপ :

- কাজঃ বল ও বলের দিকে সরণের উপাংশের গুণফলকে কাজ বলে।
- ধ্রুব বল দ্বারা কৃত কাজ : $W = \vec{F} \cdot \vec{S}$ বা, $W = F S \cos \theta$
- বল দ্বারা কাজ : যদি বল প্রয়োগের ফলে বলের প্রয়োগ বিন্দু বলের দিকে সরে যায় বা বলের দিকে সরণের উপাংশ থাকে তা হলে সেই বল এবং বলের দিকে সরণের উপাংশের গুণফলকে বলের দ্বারা কৃত কাজ বা ধনাত্মক কাজ বলে।
- বলের বিরুদ্ধে কাজ : যদি বল প্রয়োগের ফলে বলের প্রয়োগ বিন্দু বলের বিপরীত দিকে সরে যায় বা বলের বিপরীত দিকে সরণের উপাংশ থাকে তা হলে সেই বল এবং বলের বিপরীত দিকে সরণের উপাংশের গুণফলকে বলের বিরুদ্ধে কৃত কাজ বা ঋণাত্মক কাজ বলে।
- কাজের একক : Nm (নিউটন মিটার)। এসআই একক J (জুল)। $1 \text{ J} = 1 \text{ Nm}$
- কাজের মাত্রা : $[W] = ML^2T^{-2}$



পাঠোত্তর মূল্যায়ন-৪.১

বহুনির্বাচনী প্রশ্ন:

সঠিক উত্তরের পাশে টিক (✓) চিহ্ন দিন

১। নির্দিষ্ট ভরের কোনো বস্তুর উপর \vec{F} বল প্রয়োগ করলে প্রযুক্ত বলের দিকের সাথে 60° কোণে বস্তুর \vec{S} সরণ হলে কাজের পরিমাণ হবে -

(ক) $W = F S \cos \theta$ (খ) $W = F S \sin \theta$

(গ) $W = \frac{1}{2} F S$ (ঘ) $W = F S$

২। কোনো বস্তুকে ভূমি থেকে উপরে উঠালে কোন ধরনের কাজ হয়?

- (ক) ঋণাত্মক কাজ (খ) অভিকর্ষ বলের বিরুদ্ধে কাজ
(গ) ধণাত্মক কাজ (ক) অভিকর্ষ বলের সাপেক্ষে কাজ

৩। নিচের কোনটি কাজের মাত্রা ?

- (ক) MLT (খ) ML^2T^{-2}
(গ) ML^{-2} (ঘ) MLT^{-2}

৪। নির্দিষ্ট ভরের কোনো বস্তুর উপর \vec{F} বল প্রয়োগ করলে প্রযুক্ত বলের দিকের সাথে θ কোণে বস্তুর \vec{S} সরণ হয়। এক্ষেত্রে কাজের পরিমাণ ধনাত্মক হওয়ার শর্ত কী ?

- (ক) $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ (খ) $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$
(গ) $0^\circ < \theta < 90^\circ$ (ঘ) $0^\circ < \theta < 180^\circ$

৫। কাজের একক কী ?

- (ক) নিউটন (খ) জুল
(গ) নিউটন- জুল (ঘ) জুল/নিউটন

পাঠ-৪.২

পরিবর্তনশীল বল দ্বারা কৃত কাজ
Work done by a Variable Force

উদ্দেশ্য

এ পাঠ শেষে আপনি-

- পরিবর্তনশীল বল দ্বারা কৃত কাজ হিসাব করতে পারবেন।
- পরিবর্তনশীল বলদ্বারা কৃত কাজের উদাহরণ হিসেবে স্থিতিস্থাপক বল তথা স্প্রিংবল ($F \propto x$) বল দ্বারা কাজ হিসাব করতে পারবেন।
- পরিবর্তনশীল বল দ্বারা কৃত কাজের উদাহরণ হিসেবে মহাকর্ষ বল ($F \propto \frac{1}{r^2}$) বল দ্বারা হিসাব করতে পারবেন।



৪.২.১ পরিবর্তনশীল বল দ্বারা কৃত কাজ (Work done by a Variable Force)

আগের পাঠে আমরা বল দ্বারা কৃত কাজের পরিমাণ নির্ণয় সম্পর্কে আলোচনা করেছি। এক্ষেত্রে নির্দিষ্ট পরিমাণ বল নির্দিষ্ট দিকে কার্যকর ধরা হয়েছে, ফলে বস্তুর সরণও নির্দিষ্ট দিকে সংঘটিত হয়েছে। বাস্তব জীবনে এধরণের ঘটনা কমই ঘটে। যেমন ধরুন আপনি একটি ভারি গাছের গুড়ি ধাক্কা দিয়ে সামনে নিয়ে যাচ্ছেন। গাছের গুড়িটিকে সামনে ঠেলতে আপনি যে বল প্রয়োগ করছেন তা সবসময় ধ্রুব বা অপরিবর্তিত থাকছে না। বরং বল কখনো বাড়ছে কখনো কমছে। বল পরিবর্তন বিভিন্নভাবে ঘটছে। হয় বলের মান পরিবর্তন হচ্ছে, না হয় বলের দিক পরিবর্তন হচ্ছে, অথবা দুইই একত্রে ঘটছে। একটি গাড়ি যখন রাস্তায় চলে, এর ইঞ্জিনের প্রযুক্ত বল নিয়ত মানে ও দিকে অথবা দিকে-মানে পরিবর্তিত হতে থাকে। এ পাঠে আমরা এধরণের পরিবর্তনশীল বল দ্বারা কৃত কাজ এবং তার পরিমাণ নির্ণয়ের পদ্ধতি নিয়ে আলোচনা করব।

যেহেতু কাজ হলো সরণ এবং সরণের দিকে বলের উপাংশের গুণফল (বা বল এবং বলের অভিমুখে সরণের উপাংশের গুণফল)। সেজন্য পরিবর্তনশীল বল বলতে আমরা সময়ের সাথে বলের মান এবং দিক দুইই পরিবর্তন বিবেচনা করব। এক্ষেত্রে কাজ নির্ণয়ে একটু সতর্কতা অবলম্বন করতে হবে।

বিষয়টি সহজে অনুধাবনের জন্য আসুন আমরা প্রথমে একটি বস্তুর উপর এমন একটি পরিবর্তনশীল বল F বিবেচনা করি, যা কেবলমাত্র একটি নির্দিষ্ট দিকে ক্রিয়াশীল। অতএব বস্তুটির সরণও একই দিকে হবে। মনে করি X -অক্ষ বরাবর বস্তুটির A বিন্দু থেকে B বিন্দু পর্যন্ত সরণ হলো (চিত্র ৪.৪ক)। এই বলের দিক অপরিবর্তিত হলেও মান পরিবর্তনশীল বলে এটি পরিবর্তনশীল বল।

A বিন্দু থেকে B বিন্দু পর্যন্ত দূরত্ব অতিক্রম করতে ধরা যাক বলের মান বার বার পরিবর্তন হয়েছে, সময়ের সাথে এই বলের মান যথাক্রমে $F_1, F_2, F_3, F_4, \dots, F_n$ এবং উক্ত বলসমূহ প্রয়োগের ফলে বস্তুটির সরণ যথাক্রমে $\Delta x_1, \Delta x_2, \Delta x_3, \Delta x_4, \dots, \Delta x_n$ । [এখানে অতি ক্ষুদ্রতর দূরত্ব বুঝাতে Δx প্রতীক ব্যবহৃত হয়েছে]। ৪.৪ চিত্রে দেখান হয়েছে Δx_1 সরণের জন্য বল F_1 ; Δx_2 সরণের জন্য বল F_2 ইত্যাদি।

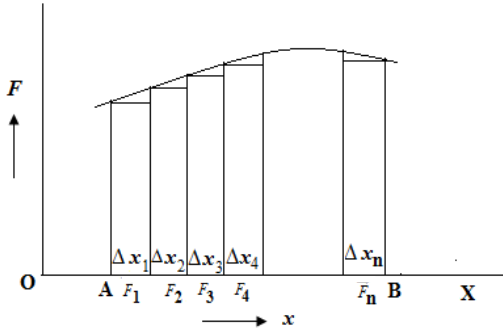
যেহেতু বল ও সরণ একই দিকে

$$F_1 \text{ বলের কৃত কাজ } W_1 = F_1 \Delta x_1$$

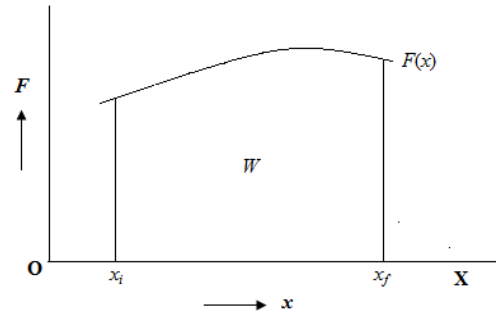
$$F_2 \text{ বলের কৃত কাজ } W_2 = F_2 \Delta x_2$$

$$F_3 \text{ বলের কৃত কাজ } W_3 = F_3 \Delta x_3$$

$$F_n \text{ বলের কৃত কাজ } W_n = F_n \Delta x_n$$



চিত্র ৪.৪ (ক)



চিত্র ৪.৪ (খ)

ফলে বস্তুটিকে A স্থান বা আদি অবস্থান (x_i) থেকে B স্থানে বা চূড়ান্ত অবস্থান (x_f) এ নিয়ে যেতে কাজ হল,

$$\begin{aligned} W &= W_1 + W_2 + W_3 + W_4 + \dots + W_n \\ &= F_1 \Delta x_1 + F_2 \Delta x_2 + F_3 \Delta x_3 + F_4 \Delta x_4 + \dots + F_n \Delta x_n \\ &= \sum_{i=1}^n F_i \Delta x_i \dots \dots \dots (8.8) \end{aligned}$$

৪.৪ চিত্রে দেখা যাচ্ছে প্রতি অংশ ক্ষুদ্র বলের জন্য কৃত কাজের পরিমাণ লেখচিত্রের প্রদর্শিত সংশ্লিষ্ট ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র আয়তাকার ক্ষেত্রগুলির ক্ষেত্রফলের সমান। অতএব মোট কাজ হবে আয়তাকার ক্ষেত্রগুলির ক্ষেত্রফলের সমষ্টি বা মোট ক্ষেত্রফল।

লেখ চিত্রটি একটু সতর্কভাবে পর্যবেক্ষণ করলে দেখা যায়, Δx_1 সরণের জন্য বল ছিল F_1 ; অতপর Δx_2 সরণের জন্য বল হঠাৎ করে বেড়ে F_2 হল। বাস্তব ক্ষেত্রে কোনো বস্তুর উপর বল হঠাৎ করে বৃদ্ধি বা হ্রাস পায় না। বলের বৃদ্ধি বা হ্রাস ঘটে নিরবিচ্ছিন্নভাবে (continuously)। যেমন একটি গাড়ি প্রথম কিলোমিটার 20 kms^{-1} বেগে চলে দ্বিতীয় কিলোমিটারে হঠাৎ করে 40 kms^{-1} বেগে চলতে পারে না। হঠাৎ করে নয় গতির পরিবর্তন হয় নিরবিচ্ছিন্নভাবে। অতএব প্রকৃত পক্ষে ৪.৪ (ক) চিত্রে x এর সাপেক্ষে F এর লেখ চিত্রটি অনিরবিচ্ছিন্ন বা আয়তাকার না হয়ে নিরবিচ্ছিন্ন বা বক্র রেখা হবে। এরূপ অবস্থায় আয়তাকার ক্ষেত্রগুলির ক্ষেত্রফলের সমষ্টি কৃত কাজের মানের কাছাকাছি হলেও প্রকৃত মানের সমান হবে না। কিন্তু আমরা যদি সরণের ভাগগুলোকে ক্ষুদ্র থেকে ক্ষুদ্রতর করতে করতে শূন্যের কাছাকাছি নিয়ে আসি তখন আয়তাকার ক্ষেত্রগুলোর ক্ষেত্রফলের যোগফল বক্র রেখার নিচের ক্ষেত্রফলের অতি কাছাকাছি বা প্রায় সমান হবে।

অর্থাৎ, Δx কে যত ক্ষুদ্র থেকে ক্ষুদ্রতর ধরা যাবে, বিভক্ত অংশের সংখ্যা ততো বাড়বে; হিসাবকৃত কাজের মান ততো সঠিক মানের কাছাকাছি পৌঁছাবে। যদি আমরা পরিমাপের সীমার মধ্যে Δx কে শূন্য এবং বিভক্ত অংশের সংখ্যা n কে অসীম ধরি তা হলে আমরা বল $F(x)$ দ্বারা কৃত কাজের সবচেয়ে সঠিক মান পেতে পারি। সেক্ষেত্রে সঠিক ফল হবে,

$$W = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n F_i \Delta x_i \dots \dots \dots (8.5)$$

কিন্তু উপরের সমীকরণের ডান দিকের রাশিটি ক্যালকুলাসের ভাষায় $\int_{x_i}^{x_f} F(x) dx$

এটি x_i থেকে x_f পর্যন্ত x -এর সাপেক্ষে $F(x)$ এর যোগজীকরণ বা সমাকলন নির্দেশ করে। সুতরাং (৪.৫) সমীকরণটি দাঁড়ায়,

$$W = \int_{x_i}^{x_f} F(x) dx \dots\dots\dots (৪.৬)$$

সংখ্যাগতভাবে এই রাশিটি হচ্ছে বল রেখা (force curve) এবং x_i ও x_f সীমার মধ্যে অবস্থিত X -অক্ষের অন্তর্গত ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল (চিত্র ৪.৪ খ)।

এতোক্ষণ আমরা হিসাব সহজীকরণের জন্য বল F এবং সরণ x উভয় রাশিকে একই দিকে (X -অক্ষের দিকে) ধরে নিয়েছিলাম। বল যদি X অক্ষের দিকে সীমাবদ্ধ না থেকে পরিবর্তনশীল θ কোণে প্রযুক্ত হয়, তখন সরণের দিকে (X অক্ষের দিকে) কার্যকরী বল হবে $F \cos \theta$, এবং i অবস্থান থেকে f অবস্থানে স্থানান্তরের জন্য কৃত কাজ হবে,

$$W = \int_i^f (F \cos \theta) dx \dots\dots\dots (৪.৭)$$

প্রযুক্ত বল F এর কারণে বস্তু যদি একটি নির্দিষ্ট দিকে (X অক্ষের দিকে) গতিশীল না হয়ে X - Y তলে গতিশীল হয় তখন বস্তুর সরণ x এর পরিবর্তে S দ্বারা নির্ণয় করা হয়। $\vec{S} = x\hat{i} + y\hat{j}$ দ্বিমাত্রিক ভেক্টর বিবেচনা করা হয়েছে। তখন কৃত কাজ হবে

$W = \int_i^f (F \cos \theta) ds$ এক্ষেত্রে θ হবে \vec{F} ও $d\vec{S}$ এর মধ্যবর্তী কোণ। ভেক্টর গুণন ব্যবহার করে আমরা লিখতে পারি

$$W = \int_i^f \vec{F} \cdot d\vec{S} \dots\dots\dots (৪.৮)$$

এবং এই সমীকরণটি হল কাজ নির্ণয়ের যথার্থ রাশিমালা।

সমীকরণ ৪.৮ এর বিশেষ ক্ষেত্রসমূহ:

- ১) যদি বল ধ্রুব এবং বলের অভিমুখে θ কোণে সরণ হয় তখন, $W = \int \vec{F} \cdot d\vec{s} = F ds \cos \theta = Fs \cos \theta$
- ২) যদি বল ধ্রুব এবং সরণ বলের অভিমুখে হয় তখন, $W = \int \vec{F} \cdot d\vec{s} = F ds \cos 0^\circ = Fs$
- ৩) যদি বল ধ্রুব এবং সরণ বলের বিপরীত অভিমুখে হয় তখন, $W = \int \vec{F} \cdot d\vec{s} = F ds \cos 180^\circ = -Fs$

$\theta < 90^\circ$ হলে $\cos \theta$ এর মান ধনাত্মক, কাজ ধনাত্মক হবে কিন্তু $\theta > 90^\circ$ হলে $\cos \theta$ এর মান ঋণাত্মক অতএব কাজ ঋণাত্মক হবে।



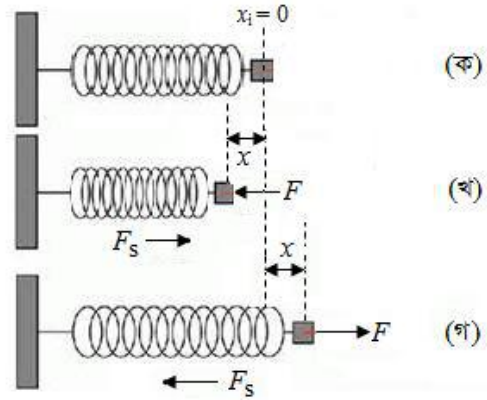
৪.২.২ স্থিতিস্থাপক বল তথা স্প্রিং বল দ্বারা কৃত কাজ (Work done by Elastic Force)

নির্দিষ্ট সীমার মধ্যে কোনো বস্তুর উপর বাইরের থেকে বল প্রয়োগ করলে তার আকার আয়তন বা উভয়ের পরিবর্তন ঘটে অর্থাৎ বস্তুর বিকৃতি ঘটে কিন্তু প্রযুক্ত বল সরিয়ে নিলে বিকৃত বস্তু পূর্বাবস্থায় ফিরে আসে তাকে স্থিতিস্থাপক বস্তু বা স্থিতিস্থাপক পদার্থ বলে এবং বস্তুর পূর্বাবস্থায় ফিরে আসার বৈশিষ্ট্যকে স্থিতিস্থাপকতা বলে। প্রযুক্ত বল সরিয়ে নিলে স্থিতিস্থাপক ধর্মের জন্যে যে বলের প্রভাবে বস্তু পূর্বাবস্থায় ফিরে আসে তাকে স্থিতিস্থাপক বল বলে।

একটি স্প্রিংকে স্বাভাবিক অবস্থা থেকে সম্প্রসারিত বা সঙ্কুচিত করলে সেটি স্বাভাবিক অবস্থায় ফিরে আসার জন্য বল প্রয়োগ করে, এটি স্প্রিং-এর স্থিতিস্থাপক বল। এটি পরিবর্তনশীল বল, কারণ এর মান সরণের উপর নির্ভর করে। ৪.৫ চিত্রে দেখান হয়েছে, একটি স্প্রিংয়ের এক প্রান্ত দৃঢ় অবলম্বনের সাথে সংযুক্ত করে অন্য প্রান্তে F পরিমাণ বল প্রয়োগ করা হয়েছে। ধরা যাক এই প্রযুক্ত বল অনুভূমিক ও অক্ষ বরাবর কাজ করছে। ধাক্কা বল প্রযুক্ত হলে স্প্রিংটি x পরিমাণ সঙ্কুচিত হবে (চিত্র ৪.৫ খ)।

টান বল প্রযুক্ত হলে স্প্রিংটি x পরিমাণ সম্প্রসারিত হবে (চিত্র ৪.৫গ)। নিউটনের বলের তৃতীয় সূত্রানুযায়ী বাইরে থেকে প্রযুক্ত বল F , স্প্রিং এর বাধা দানকারী স্থিতিস্থাপক বল F_s এর সমান। এই বল স্প্রিংটির সঙ্কোচন বা প্রসারণ x এর সমানুপাতিক।

অর্থাৎ $F_s \propto x$
 বা, $F_s = -kx$ (৪.৯)



চিত্র : ৪.৫ স্প্রিং এর স্থিতিস্থাপক বল

এখানে k একটি সমানুপাতিক প্রবক। একে বলা হয় স্প্রিং প্রবক। এটি স্প্রিং-এর অনমনীয়তার প্রকাশ করে। k এর মান বেশি হলে স্প্রিং-এর অনমনীয়তা বেশি বলে বুঝা যাবে। ঋণাত্মক চিহ্ন দিয়ে বুঝানো হয়েছে যে, প্রত্যাবর্তী বল সবসময় প্রসারণ (বা সংকোচনের) বিপরীত দিকে ক্রিয়া করে। (৪.৯) সমীকরণের এই সূত্রটির আবিষ্কারক রবার্ট হুক। তার নামানুসারে এটি হুকের সূত্র নামে পরিচিত।

স্থিতিস্থাপক বল তথা স্প্রিং বল দ্বারা কৃত কাজের হিসাব

৪.৫ চিত্রে প্রদর্শিত স্প্রিংটির স্বাভাবিক অবস্থায় মুক্ত প্রান্তে সংযুক্ত বা স্থাপিত একটি বস্তুর আদি অবস্থান $x_i = 0$ এবং $F_s = -kx$ বল প্রয়োগে মুক্ত প্রান্তের বস্তুটির চূড়ান্ত অবস্থান $x_f = x$ হয়েছে। বলের বিপরীতে স্প্রিং এর প্রসারণ বা সঙ্কোচন বা বস্তুটির সরণ হয়েছে x । এই সরণ ঘটানোর জন্য বাইরের থেকে স্প্রিং-এর উপর স্প্রিং বলের সমান ও বিপরীত বল $F = -F_s$ প্রয়োগ করতে হবে। এই বলের জন্য কৃত কাজ হবে,

$$W = \int_0^x F dx = \int_0^x -F_s dx = \int_0^x kx dx = k \int_0^x x dx = k \left[\frac{x^2}{2} \right]_0^x$$

$$= \frac{1}{2} k(x^2 - 0)$$

$$= \frac{1}{2} kx^2 \dots \dots \dots (৪.১০)$$

স্প্রিং-বল দ্বারা কৃত কাজ হবে বিপরীত মুখী অর্থাৎ $W_s = -\frac{1}{2} kx$

আবার বল প্রয়োগের আগে ও পরে স্প্রিং-এর মুক্ত প্রান্তটি বা মুক্ত প্রান্তের বস্তুটির আদি ও চূড়ান্ত অবস্থান যথাক্রমে x_i ও x_f হলে স্প্রিং বল দ্বারা কৃত কাজ হবে

$$W_s = \int_{x_i}^{x_f} F_s(x) dx = \int_{x_i}^{x_f} (-kx) dx = -k \int_{x_i}^{x_f} x dx = -k \left[\frac{x^2}{2} \right]_{x_i}^{x_f}$$

$$= -\frac{1}{2} k[x_f^2 - x_i^2]$$

বা, $W_s = \frac{1}{2} k[x_i^2 - x_f^2]$ (৪.১১)

সমীকরণ (৪.১১) থেকে দেখা যায়,

গাণিতিক উদাহরণ -৪.২: 80 Nm^{-1} বল ধ্রুবক বিশিষ্ট একটি স্প্রিংকে টেনে 5 cm প্রসারিত করা হলো, স্প্রিং বলের বিপরীতে কৃত কাজের পরিমাণ নির্ণয় করুন।

সমাধান: আমরা জানি,

$$\begin{aligned} W &= \frac{1}{2} kx^2 \\ &= \frac{1}{2} \times 80 \times (5 \times 10^{-2})^2 \\ &= \frac{1}{2} \times 80 \times 25 \times 10^{-4} = 10^{-1} = 0.1 \text{ J} \end{aligned}$$

উত্তর : 0.1 J

এখানে,

স্প্রিংয়ের বল ধ্রুবক, $k = 80 \text{ Nm}^{-1}$

স্প্রিং-এর প্রসারণ, $x = 5 \text{ cm} = 5 \times 10^{-2} \text{ m}$

কৃতকাজ, $W = ?$



সার-সংক্ষেপ :

- পরিবর্তনশীল বল দ্বারা কৃত কাজ : $W = \int_i^f \vec{F} \cdot d\vec{s}$ এখানে, \vec{F} = প্রযুক্ত বল, \vec{s} = সরণ
- স্থিতিস্থাপক বল (স্প্রিং বল) দ্বারা কৃত কাজ : $W = \frac{1}{2} kx^2$ এখানে k = স্প্রিং ধ্রুবক, x = প্রসারণ বা সঙ্কোচন
- মহাকর্ষ বল দ্বারা কৃত কাজ : $W_{if} = GMm \left(\frac{1}{r_f} - \frac{1}{r_i} \right)$ এখানে M ও m দুটি বস্তুর ভর, G মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, r_i বস্তু দুটির আদি দূরত্ব এবং r_f বস্তু দুটির মধ্যের চূড়ান্ত দূরত্ব।



পাঠোত্তর মূল্যায়ন-৪.২

বহুনির্বাচনী প্রশ্ন:

সঠিক উত্তরের পাশে টিক (✓) চিহ্ন দিন

১। বস্তুর উপর পরিবর্তনশীল বল \vec{F} প্রয়োগে বস্তুর সরণ \vec{S} হলে কাজের পরিমাণ নির্ণয়ের সূত্র কোনটি ?

(ক) $W = \int_i^f \vec{F} \cdot d\vec{s}$ (খ) $W = FS$ (গ) $W = \vec{F} \cdot \vec{S}$ (ঘ) $W = \vec{F} \times \vec{S}$

২। পরিবর্তনশীল বল $F(x)$ দ্বারা কোনো বস্তুকে আদি অবস্থান x_i থেকে শেষ অবস্থান x_f এ নিতে কৃত কাজ কত?

(ক) $\int_{x_i}^{x_f} F^2(x) dx$ (খ) $\int_{x_i}^{x_f} F(x) dx$ (গ) $\int_{x_i}^{x_f} F(x) dx$ (ঘ) $\int_{x_i}^{x_f} kF(x) dx$

৩। আনুভূমিকের সাথে 60° কোণে আনত একটি মসৃণ তলের উপর দিয়ে 10 kg ভরের একটি ব্লক ঠেলে খাড়া 2 m উচ্চতায় তুলতে কৃত কাজ করতে হবে?

(ক) 9.8 N (খ) 9.8 J (গ) 4.9 J (ঘ) 4.8 N

৪। কোন দৃঢ় অবলম্বন থেকে সাম্য অবস্থার খাড়া ঝুলিয়ে রাখা একটি স্প্রিংএর সাথে 5 N বল ঝুলিয়ে দিলে স্প্রিংটি দৈর্ঘ্য 2 cm প্রসারিত হয়। স্প্রিং দ্বারা কৃত কাজ কত ?

(ক) 10 J (খ) 0.1 J (গ) 0.001 J (ঘ) $10 \times 10^{-2} \text{ J}$

৫। কোন দৃঢ় অবলম্বন থেকে সাম্য অবস্থার খাড়া ঝুলিয়ে রাখা একটি স্প্রিংএর সাথে 5 N বল ঝুলিয়ে দিলে স্প্রিংটি দৈর্ঘ্য 10 cm প্রসারিত হয়। স্প্রিংটির ধ্রুবক কত হবে?

(ক) 0.5 Nm^{-1} (খ) 5.0 Nm^{-1} (গ) 50 Nm^{-1} (ঘ) 50 J

পাঠ-৪.৩

গতি শক্তি
Kinetic Energy

উদ্দেশ্য

এ পাঠ শেষে আপনি-

- গতি শক্তির রাশিমালা প্রতিপাদন করতে পারবেন।
- গতি শক্তির সাথে ভরবেগের সম্পর্ক স্থাপন করতে পারবেন।
- কাজ-শক্তি উপপাদ্য ব্যাখ্যা করতে পারবেন।



৪.৩.১ শক্তি (Energy)

আমরা হাঁটা চলি, হাত পা নাড়াই, পাখি আকাশে উড়ে, মাছেরা পানিতে সাঁতার কাটে, অথবা একটি গাড়ি এক জায়গা থেকে অন্য জায়গায় যায়, সবই হয় শক্তির প্রভাবে। প্রত্যেক ক্ষেত্রে কাজ সম্পন্ন হয়। তাই কাজ করতে শক্তির প্রয়োজন হয়। কোনো ব্যক্তি, বস্তু, পদার্থ বা ব্যবস্থার কাজ করার সামর্থ্যকে শক্তি বলে। বস্তু বা ব্যক্তি সর্ব মোট যতটুকু কাজ করতে পারে তা দিয়েই তার শক্তির পরিমাণ পরিমাপ করা হয়। তাই শক্তি ও কাজের একক বা পরিমাপ অভিন্ন। কাজের মতো শক্তিও স্কেলার রাশি। শক্তির মাত্রা ও কাজের মাত্রা অভিন্ন।

শক্তির সংজ্ঞা : কোনো কিছুর কাজ করার সামর্থ্যকে শক্তি বলে।

শক্তির মাত্রা : শক্তির মাত্রা কাজের মাত্রা একই অর্থাৎ কাজের মাত্রা ML^2T^{-2} ।

শক্তির একক : শক্তির একক ও কাজের একক একই অর্থাৎ জুল (J)। কিন্তু বিদ্যুৎ শক্তির হিসাব করা হয় কিলো ওয়াট ঘণ্টা এককে। এক কিলো ওয়াট ক্ষমতার একটি যন্ত্র এক ঘন্টায় যতটা কাজ করে তাকে বলা হয় এক কিলোওয়াট-ঘণ্টা (kWh)।

$$1 \text{ kWh} = 1000 \text{ Wh} = 1000 \text{ Js}^{-1} \times 3600 \text{ s}$$

$$\therefore 1 \text{ kWh} = 3.6 \times 10^6 \text{ J}$$

আমরা হাঁটা চলা করি আমাদের শক্তি আছে বলে। এই শক্তি আসে খাদ্যের রাসায়নিক ক্রিয়া থেকে। সূর্য থেকে আলো তাপ আসে এটিও শক্তি। বিদ্যুৎ, চুম্বক, মহাকর্ষ বিভিন্ন প্রকার শক্তি আমাদের পরিচিত। মোটামুটিভাবে শক্তিসমূহকে নিম্ন রূপ ভাগে ভাগ করা হয়েছে। তা হলো- যান্ত্রিক শক্তি, তাপ শক্তি, শব্দ শক্তি, আলোক শক্তি, চৌম্বক শক্তি, বিদ্যুৎ শক্তি, রাসায়নিক শক্তি, সৌর শক্তি ও পারমাণবিক বা নিউক্লিয় শক্তি।

এ ইউনিটে আমরা যান্ত্রিক শক্তি নিয়ে আলোচনা করব। কোনো বস্তুর মধ্যে গতি, বস্তুর অবস্থান বা ভৌত অবস্থা পরিবর্তনের জন্য কাজ করার সামর্থ্য সৃষ্টি হয়; এই ধরনের সামর্থ্যকে যান্ত্রিক শক্তি বলে অভিহিত করা হয়েছে। যান্ত্রিক শক্তি দু ধরনের – গতি শক্তি ও বিভব শক্তি।



৪.৩.২ গতি শক্তি (Kinetic Energy)

কোনো গতিশীল বস্তুর গতির প্রভাবে বা গতিশীল থাকার কারণে তার মধ্যে কাজ করার যে সামর্থ্য অর্জিত হয় তাকে ঐ বস্তুর গতি শক্তি বলে। গতিশীল বস্তু স্থির অবস্থায় আসার পূর্ব পর্যন্ত যে পরিমাণ কাজ করতে পারে তার দ্বারা বস্তুটির গতি শক্তি পরিমাপ করা হয়। অন্যভাবে বলা যায় একটি স্থির বস্তুকে তার স্থিতিশীল অবস্থা থেকে গতিশীল করতে বস্তুটির উপর যে পরিমাণ কাজ করতে হয় তাই বস্তুটির গতি শক্তি।

গতি শক্তির পরিমাপ

ধরা যাক, m ভরের একটি বস্তু স্থির অবস্থায় আছে। বস্তুটির উপর F বল প্রয়োগে একে নির্দিষ্ট দিকে গতিশীল করা হল। ধরা যাক এই বল ধ্রুব নয়, তবে কেবল এর মানের পরিবর্তন ঘটে। আরও ধরা যাক এই বল প্রয়োগের ফলে বস্তুটির বলের দিকে সরণ ঘটে এবং এই দিক X অক্ষ বরাবর। এই বল যদি বস্তুর বেগ 0 (শূন্য) থেকে v তে উন্নীত করে তাহলে মোট কৃত কাজ হবে,

$$W = \int_0^v F dx$$

কিন্তু নিউটনের গতির দ্বিতীয় সূত্র থেকে আমরা জানি $F = ma$ । এখানে $a =$ ত্বরণ

$$\text{সুতরাং, } a = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} = \frac{dv}{dx} v = v \frac{dv}{dx}$$

$$\therefore W = \int_0^v F dx = \int_0^v m a dx = \int_0^v m v \frac{dv}{dx} \cdot dx = m \int_0^v v dv = m \left[\frac{v^2}{2} \right]_0^v$$

$$\text{বা, } W = \frac{1}{2} m [v^2 - 0]$$

$$\text{বা, } W = \frac{1}{2} m v^2$$

কিন্তু সংজ্ঞা অনুসারে এই কৃত কাজই হচ্ছে বস্তুটির গতিশক্তি । গতিশক্তিকে K দিয়ে প্রকাশ করা হয় ।

$$\therefore \text{ গতি শক্তি, } K = \frac{1}{2} m v^2 \quad \dots \dots \dots (8.17)$$

সুতরাং নির্দিষ্ট ভরের কোনো বস্তুর গতিশক্তি তার বেগের বর্গের সমানুপাতিক ।



৪.৩.৩ গতি শক্তি ও ভরবেগের সম্পর্ক (Relation between Kinetic Energy & Momentum)

(৪.১৩) সমীকরণটিকে লেখা যায়,

$$K = \frac{1}{2} \frac{m^2 v^2}{m} = \frac{1}{2} \frac{(mv)^2}{m}$$

কিন্তু $mv =$ বস্তুর ভরবেগ । ভরবেগকে p দ্বারা প্রকাশ করা হয়

$$\therefore K = \frac{p^2}{2m} \quad \dots \dots \dots (8.18)$$

এটিই বস্তুর গতিশক্তি এবং ভরবেগের মধ্যে সম্পর্ক ।



৪.৪.৪ কাজ-শক্তি উপপাদ্য (Work-Energy Theorem)

কোনো বস্তুর গতিশক্তির পরিবর্তনই হল সম্পাদিত কাজ । অথবা বস্তুর উপর বা বস্তু কর্তৃক কাজ সম্পাদিত হলে বস্তুর গতিশক্তির পরিবর্তন ঘটে । বস্তুর গতিশক্তির পরিবর্তন দুভাবে হতে পারে (১) ধনাত্মক কাজের দ্বারা যদিকে বল প্রযুক্ত হয় গতিশক্তির পরিবর্তন সে দিকে হয় (২) ঋণাত্মক কাজের দ্বারা যদিকে বল প্রযুক্ত হয় গতিশক্তির পরিবর্তন তার বিপরীত দিকে হয় । প্রথম ক্ষেত্রে শক্তি লাভ হয় । দ্বিতীয় ক্ষেত্রে শক্তির ক্ষয় হয় । বিষয়টিকে একটি উপপাদ্যের মাধ্যমে প্রকাশ করা হয়েছে । একে কাজ-শক্তি উপপাদ্য বলা হয় । উপপাদ্যটি নিম্নরূপঃ

বিবৃতি : কোনো বস্তুর উপর প্রযুক্ত বল দ্বারা কৃতকাজ বস্তুটির গতিশক্তির পরিবর্তনের সমান ।

ব্যাখ্যা : কৃত কাজ, আদি গতি শক্তি, চূড়ান্ত গতি শক্তি ও গতি শক্তির পার্থক্য যথাক্রমে W , K_o , K এবং ΔK দ্বারা সূচিত হলে, কাজ শক্তি উপপাদ্য অনুযায়ী লেখা যায়,

$$W = K - K_o = \Delta K$$

অর্থাৎ বস্তুর উপর W কাজ সম্পাদিত হলে, যদি বস্তুর গতিশক্তি K_0 থেকে K তে পরিবর্তিত হয় তবে গতিশক্তির পরিবর্তন $K - K_0 = \Delta K$, সম্পাদিত কাজ W -এর সমান।

উপপাদ্য প্রতিপাদন

(১) **বস্তুর শক্তি লাভ :** ধরা যাক, v_0 বেগে গতিশীল m ভরের কোনো বস্তুর উপর F ধ্রুব বল ক্রিয়া করে। ফলে বস্তুর বেগ বৃদ্ধি পেয়ে v হয় এবং ঐ সময়ে বস্তুটি বলের দিকে x দূরত্ব অতিক্রম করে। সুতরাং বল দ্বারা কৃত কাজ ধণাত্মক। এবং এই কাজের পরিমাণ, $W = Fx$

ধরা যাক, বস্তুর উপর এই বল প্রয়োগের ফলে বস্তুটি a ত্বরণ প্রাপ্ত হয়, তা হলে, নিউটনের গতির দ্বিতীয় সূত্রানুসারে

$$F = ma$$

$$\therefore W = max$$

কিন্তু গতির সমীকরণ থেকে আমরা জানি, $v^2 = v_0^2 + 2ax$ বা, $ax = \frac{v^2 - v_0^2}{2}$

$$\text{সুতরাং, } W = m \left(\frac{v^2 - v_0^2}{2} \right) = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$$

কিন্তু $\frac{1}{2}mv_0^2 =$ বস্তুর আদি গতিশক্তি K_0 এবং $\frac{1}{2}mv^2 =$ বস্তুর শেষ গতিশক্তি K ।

$$\therefore W = K - K_0 = \Delta K \quad \dots \dots \dots (8.15ক)$$

\therefore বল দ্বারা কৃত কাজ = বস্তুর শেষ গতি শক্তি - বস্তুর আদি গতি শক্তি = বস্তুর গতি শক্তির পরিবর্তন (বৃদ্ধি)

(২) **বস্তুর শক্তি ক্ষয় :** ধরা যাক, v_0 বেগে গতিশীল m ভরের কোনো বস্তুর উপর গতির বিপরীত দিকে F ধ্রুব বল ক্রিয়া করে। ফলে বস্তুর a মন্দনে x দূরত্ব অতিক্রম করে এবং বেগ হ্রাস পেয়ে v হয়। সুতরাং বল দ্বারা কৃত কাজ ঋণাত্মক। এবং এই কাজের পরিমাণ, $W = Fx$

এক্ষেত্রে বস্তুর উপর এই বল প্রয়োগের ফলে বস্তুর a মন্দন প্রাপ্ত হয়, তা হলে, নিউটনের গতির দ্বিতীয় সূত্রানুসারে,

$$F = ma$$

$$\text{বা, } W = max$$

আমরা জানি, $v^2 = v_0^2 - 2ax$ বা, $ax = \frac{v_0^2 - v^2}{2}$

$$\therefore W = max = m \left(\frac{v_0^2 - v^2}{2} \right)$$

$$\text{বা, } W = \frac{1}{2}mv_0^2 - \frac{1}{2}mv^2$$

কিন্তু $\frac{1}{2}mv_0^2 =$ বস্তুর আদি গতি শক্তি K_0 এবং $\frac{1}{2}mv^2 =$ বস্তুর শেষ গতি শক্তি K ।

$$\therefore W = K_0 - K = \Delta K \quad \dots \dots \dots (8.15খ)$$

\therefore বল দ্বারা কৃত কাজ = বস্তুর আদি গতি শক্তি - বস্তুর শেষ গতি শক্তি = বস্তুর গতি শক্তির পরিবর্তন (হ্রাস)

গাণিতিক উদাহরণ ৪.৩: একটি রাইফেলের গুলি একটি তক্তাকে কেবল ভেদ করতে পারে। যদি গুলির বেগ তিনগুণ করা হয় তবে অনুরূপ কয়টি তক্তা ভেদ করতে পারবে?

সমাধান : আমরা জানি,

$$K_1 = \frac{1}{2}mv^2$$

বেগ তিনগুণ করা হলে, গতি শক্তি K_2 হবে

$$K_2 = \frac{1}{2}m(3v)^2 = \frac{1}{2}m \times 9v^2 = 9 \times \frac{1}{2}mv^2 = 9 \times K_1$$

= 9 × একটি তক্তা ভেদ করার প্রয়োজনীয় গতি শক্তি

ধরি, গুলির ভর, m

গুলির বেগ, v

একটি তক্তা ভেদ করার প্রয়োজনীয় গতি শক্তি, K_1

বেগ তিনগুণ করা হলে, গতি শক্তি K_2

∴ বেগ তিনগুণ হলে অনুরূপ 9 টি তক্তা ভেদ করতে পারবে।

উত্তর : 9 টি



সার-সংক্ষেপ :

- শক্তি : কোনো কিছুর কাজ করার সামর্থ্যকে শক্তি বলে।
- শক্তির মাত্রা : শক্তির মাত্রা কাজের মাত্রা একই অর্থাৎ কাজের মাত্রা ML^2T^{-2} ।
- শক্তির একক : শক্তির একক ও কাজের একক একই অর্থাৎ জুল (J)।
- $1 \text{ kWh} = 3.6 \times 10^6 \text{ J}$
- যান্ত্রিক শক্তি : কোনো বস্তুর মধ্যে গতি, বস্তুর অবস্থান বা ভৌত অবস্থা পরিবর্তনের জন্য কাজ করার সামর্থ্য সৃষ্টি হয় এই ধরনের সামর্থ্যকে যান্ত্রিক শক্তি বলে।
- গতি শক্তি : কোনো গতিশীল বস্তুর গতির প্রভাবে বা গতিশীল থাকার কারণে তার মধ্যে কাজ করার যে সামর্থ্য অর্জিত হয় তাকে ঐ বস্তুর গতি শক্তি বলে। m ভরের বস্তুর বেগ v হলে এর গতি শক্তি, $K = \frac{1}{2}mv^2$



পাঠোত্তর মূল্যায়ন-৪.৩

বহুনির্বাচনী প্রশ্ন:

সঠিক উত্তরের পাশে টিক (✓) চিহ্ন দিন

১। কোনো গতিশীল বস্তুর গতি শক্তি K এবং ভরবেগ p হলে নিচের কোন সম্পর্কটি সঠিক হবে?

(ক) $m = \frac{p^2}{2K}$ (খ) $K = \frac{1}{2}mv^2$ (গ) $K = \frac{p}{2m}$ (ঘ) $K = \frac{p}{m}$

২। একটি গাড়ি 36 kmh^{-1} বেগে গতিশীল। কত গতিতে চললে এর গাড়িটির শক্তি চারগুণ হবে ?

(ক) 18 kmh^{-1} (খ) 36 kmh^{-1} (গ) 72 kmh^{-1} (ঘ) 144 kmh^{-1}

৩। ভর ও বেগ উভয়ই বেড়ে দ্বিগুণ হলে গতিশক্তি কতগুণ হবে।

(ক) দ্বিগুণ (খ) তিনগুণ (গ) চারগুণ (ঘ) আটগুণ

৪। কাজ-শক্তি উপপাদ্যের মূল বক্তব্য হলো বল দ্বারা কৃত কাজ—

(ক) বাধাদানকারী কাজের সমান (খ) বস্তুর গতি শক্তির পরিবর্তনের সমান
(গ) বস্তুর গতি শক্তি বৃদ্ধির সমান (ঘ) বস্তুর গতি শক্তি হ্রাসের সমান।

পাঠ-৪.৪

বিভব শক্তি
Potential Energy

উদ্দেশ্য

এ পাঠ শেষে আপনি-

- বিভব শক্তি ব্যাখ্যা করতে পারবেন।
- অভিকর্ষজ বিভব শক্তি হিসাব করতে পারবেন।
- স্প্রিং এর বিভব শক্তি হিসাব করতে পারবেন।



8.৪.১ বিভব শক্তি (Potential Energy)

বস্তু তার ভৌত অবস্থা বা অবস্থানের আপেক্ষিক পরিবর্তনের জন্য কাজ করার সামর্থ্য বা শক্তি অর্জন করে এবং ঐ শক্তি বস্তুর পরিবর্তিত অবস্থান বা অবস্থা মধ্যে সঞ্চিত থাকে। এবং বস্তু যখন পূর্বাৱস্থায় বা পূর্বাৱস্থানে ফিরে আসে তখন ঐ সঞ্চিত শক্তি ব্যয় করে। যেমন একটি খেলনা গাড়ির স্প্রিংটি মুচড়ালে এটি গুটিয়ে যায় ছেড়ে দিলে উল্টো দিকে ঘুরে পূর্বাৱস্থায় ফিরে আসে। তখন খেলনা গাড়িটিকে চালায়। গুলতি দিয়ে পাখি শিকারের সময় গুলতির রাবারটিকে জোরে টেনে ছেড়ে দিলে গুলতি সাথে লাগানো মার্বেল বা গুলিটি সজোরে বের হয়ে যায়। টানের ফলে গুলতির রাবারের দৈর্ঘ্য পরিবর্তন ঘটে ফলে শক্তি সঞ্চিত হয় টান ছেড়ে দিলে ঐ শক্তির প্রভাবে মার্বেল বা গুলিটিকে ছুড়ে দেয়। মাটি থেকে এক টুকরো ইট বা ভারি বস্তু খন্ড কিছুটা উপরে তুলে ছেড়ে দিলে এটি সজোরে মাটিতে পড়ে এবং মাটির গায়ে আঘাত করে। এ ক্ষেত্রে ইটের টুকরোটিকে উপরে উঠানোর জন্য এর মধ্যে শক্তি সঞ্চিত হয়। এসব আর এক ধরনের যান্ত্রিক শক্তি যার নাম বিভব শক্তি বা স্থিতি শক্তি।

কোনো বস্তু তার ভৌত অবস্থা বা অবস্থানের আপেক্ষিক পরিবর্তনের ফলে অথবা বস্তুস্থিত কণার পারস্পরিক অবস্থান পরিবর্তনের কারণে যে শক্তি অর্জন করে তাকে ঐ বস্তুর বিভব শক্তি বা স্থিতি শক্তি বলে।



8.৪.২ অভিকর্ষজ বিভব শক্তি (Gravitational Potential Energy)

যখন কোনো বস্তুকে অভিকর্ষ বলের বিরুদ্ধে উপরে তোলা হয় তখন ঐ বস্তুর মধ্যে যে শক্তি সঞ্চিত হয় তাকে অভিকর্ষজ বিভব শক্তি বলে।

একটি বস্তুকে ভূ-পৃষ্ঠ থেকে নির্দিষ্ট উচ্চতায় ওঠাতে হলে অভিকর্ষ বলের বিরুদ্ধে কিছু কাজ করতে হয়। এই কৃত কাজই ঐ নির্দিষ্ট উচ্চতায় বস্তুটির মধ্যে সঞ্চিত বিভব শক্তির পরিমাণ। ধরা যাক m ভরের বস্তুটিকে অভিকর্ষজ ত্বরণ g -এর বিরুদ্ধে h উচ্চতায় তুলতে প্রয়োজনীয় বল F ।

সুতরাং, অভিকর্ষজ বিভব শক্তি = অভিকর্ষজ বলের বিরুদ্ধে কৃত কাজ

$$U = F \cdot h = mg \cdot h \quad (\because F = mg)$$

$$\therefore U = mgh \dots\dots \dots (8.16)$$

উপরের সমীকরণ (8.16) থেকে দেখা যায়, একটি বস্তুর অভিকর্ষজ বিভব শক্তি তার উচ্চতার উপর নির্ভর করে। কোথা থেকে উচ্চতা পরিমাপ করা হবে অর্থাৎ কোথায় $h = 0$ ধরা হবে তার উপর বিভব শক্তি নির্ভরশীল। ধরা যাক তিন তলার একটি কক্ষে বসে আপনি একটি পেপার ওয়েটকে টেবিলের উপর 30 cm উচ্চতায় তুলে ধরলেন। টেবিলটির উচ্চতা 80 cm। টেবিলের সাপেক্ষে পেপার ওয়েটটির উচ্চতা $h = 30$ cm; মেঝের সাপেক্ষে $h = 110$ cm। কিন্তু ভূমির সাপেক্ষে পরিমাপ করলে দুই তলার উচ্চতাও এর সাথে যোগ করতে হবে। অতএব দেখা যাচ্ছে কোনো বস্তুর অভিকর্ষজ বিভব শক্তি নির্ভর করে প্রসঙ্গ তলের উপর এবং একই অবস্থানে একই বস্তুর বিভব শক্তি বিভিন্ন হয়।

অতএব কোনো বস্তুর বিভব শক্তি প্রসঙ্গ তল থেকে তার উচ্চতার সমানুপাতিক।

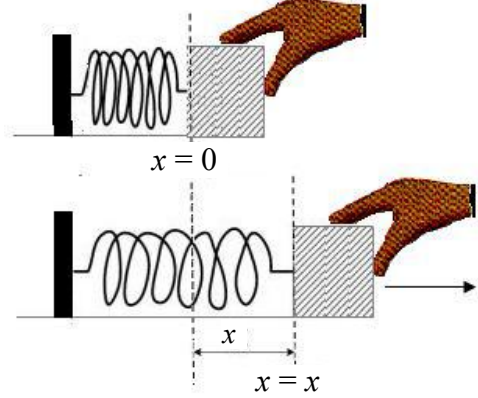


৪.৪.৩ স্প্রিং-এর বিভব শক্তি (Potential Energy of a Spring)

একটি স্প্রিংকে টেনে প্রসারিত বা চেপে সঙ্কুচিত করে ছেড়ে দিলে তা আবার আগের (সাম্য) অবস্থায় ফিরে আসে। এক্ষেত্রে স্প্রিংটি কর্তৃক কৃত কাজ স্প্রিং এর বিভব শক্তি।

ধরা যাক, এক প্রান্ত দৃঢ়ভাবে আবদ্ধ একটি স্প্রিং-এর মুক্ত প্রান্তে m ভরের একটি বস্তু আটকানো আছে (চিত্র ৪.৭)। বস্তুটি একটি ঘর্ষণবিহীন তলের উপর চলাচল করতে পারে। এ অবস্থায় স্প্রিংটিকে প্রসারিত করতে হলে বাইরের থেকে বল প্রয়োগ করতে হবে। ফলে স্প্রিং এর মধ্যে একটি অভ্যন্তরীণ বিপরীত মুখী বল বা স্প্রিং বল সৃষ্টি হবে।

ধরা যাক বাইরের থেকে প্রযুক্তবল F স্প্রিং বলের সমান ও বিপরীত হবে। এই বলের বিরুদ্ধে কৃত কাজই স্প্রিং-এর বিভব শক্তি। স্প্রিংটিকে যখন তার শিথিল অবস্থা $x = 0$ থেকে $x = x$ অবস্থানে টান টান করা হয় তখন বস্তুটির উপর প্রযুক্ত স্প্রিং বল $F_s = -kx$ (এখানে k স্প্রিং ধ্রুবক)। সুতরাং প্রযুক্ত বল, $F = kx$



চিত্র ৪.৭ স্প্রিং এর বিভব শক্তি

এখন বস্তুটির মুক্ত প্রান্তকে x দূরত্ব সরাতে এই বল দ্বারা কৃত কাজ তথা স্প্রিংটির সম্বন্ধিত বিভব শক্তি হবে,

$$U = \int_0^x F dx$$

$$\text{বা, } U = \int_0^x kx dx = k \left[\frac{x^2}{2} \right]_0^x$$

$$\therefore U = \frac{1}{2} kx^2 \dots\dots \dots\dots \dots\dots \dots\dots \dots\dots \dots\dots \dots\dots \dots\dots$$

(৪.১৭)

সুতরাং কোন স্প্রিং এর সম্বন্ধিত বিভব শক্তি তার মুক্ত প্রান্তের সরণের বর্গের সমানুপাতিক।

গাণিতিক উদাহরণ ৪.৪: একটি ক্রেনের সাথে 50 kg ভরের 10 টি সিমেন্টের বস্তা ঝুলিয়ে দেয়া হলো। ভূমি তল থেকে বস্তাগুলির উচ্চতা 30 m। প্রতিটি ঝুলন্ত বস্তার বিভব শক্তি কত হবে?

সমাধান : আমরা জানি,
অভিকর্ষজ বিভব শক্তি,

$$\begin{aligned} U &= mgh \\ &= 50 \times 9.8 \times 30 \\ &= 14700 \text{ J} \end{aligned}$$

এখানে,
প্রতি বস্তা সিমেন্টের ভর, $m = 50 \text{ kg}$
ভূমি তল থেকে উচ্চতা, $h = 30 \text{ m}$
অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$
বিভব শক্তি, $U = ?$

উত্তর : $1.47 \times 10^4 \text{ J}$



সার-সংক্ষেপ :

- **বিভব শক্তি :** কোনো বস্তু তার ভৌত অবস্থা বা অবস্থানের আপেক্ষিক পরিবর্তনের ফলে অথবা বস্তুস্থিত কণার পারস্পরিক অবস্থান পরিবর্তনের কারণে যে শক্তি অর্জন করে তাকে ঐ বস্তুর বিভব শক্তি বা স্থিতি শক্তি বলে।
- **অভিকর্ষজ বিভব শক্তি :** যখন কোনো বস্তুকে অভিকর্ষ বলের বিরুদ্ধে উপরে তোলা হয় তখন ঐ বস্তুর মধ্যে যে শক্তি সঞ্চিত হয় তাকে অভিকর্ষজ বিভব শক্তি বলে। m ভরের বস্তুকে অভিকর্ষজ ত্বরণ g -এর বিরুদ্ধে h উচ্চতায় তুললে অভিকর্ষজ বিভব শক্তি, $U = mgh$ ।
- **স্প্রিং-এর বিভব শক্তি :** একটি স্প্রিংকে প্রসারিত বা সঙ্কুচিত করতে স্প্রিং বলের বিরুদ্ধে কৃত কাজ স্প্রিং-এর বিভব শক্তি। k স্প্রিং ধ্রুবক বিশিষ্ট স্প্রিং-এর x পরিমাণ সরণ (প্রসারণ বা সঙ্কোচন) হলে এর বিভব শক্তি,

$$U = \frac{1}{2} kx^2$$



পাঠোত্তর মূল্যায়ন-৪.৪

বহুনির্বাচনী প্রশ্ন:

সঠিক উত্তরের পাশে টিক (✓) চিহ্ন দিন।

১। কোনো বস্তুর অভিকর্ষজ বিভব শক্তি কোনটির উপর নির্ভর করে ?

- | | |
|--------------------|-----------------------------------|
| (ক) বস্তুর ভর | (খ) প্রসঙ্গ তল থেকে বস্তুর উচ্চতা |
| (গ) অভিকর্ষজ ত্বরণ | (ঘ) বস্তুর উচ্চতা |

২। স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে কোনো বস্তুর আকার বা আকৃতির পরিবর্তনে কোন শক্তির উদ্ভব হয়?

- | | |
|-----------------|-------------------------|
| (ক) গতি শক্তি | (খ) অভিকর্ষজ বিভব শক্তি |
| (গ) তড়িৎ শক্তি | (ঘ) বিভব শক্তি |

৩। বস্তুর অভ্যন্তরে অণুসমূহের আপেক্ষিক অবস্থান পরিবর্তনের ফলে কোন শক্তি সৃষ্টি হয়?

- | | |
|-------------------|------------------|
| (ক) বিদ্যুৎ শক্তি | (খ) বিভব শক্তি |
| (গ) চুম্বক শক্তি | (ঘ) আকর্ষণ শক্তি |

৪। একটি স্প্রিংকে সঙ্কুচিত করলে তার মধ্যে কোন শক্তি সঞ্চিত হয় ?

- | | |
|-----------------------------|-------------------------|
| (ক) তাপ শক্তি | (খ) অভিকর্ষজ বিভব শক্তি |
| (গ) স্থিতিস্থাপক বিভব শক্তি | (ঘ) যান্ত্রিক শক্তি |

পাঠ-৪.৫

সংরক্ষণশীল বল ও অসংরক্ষণশীল বল

Conservative Force and Nonconservative Force



উদ্দেশ্য

এ পাঠ শেষে আপনি-

- সংরক্ষণশীল বল ও অসংরক্ষণশীল বল ব্যাখ্যা করতে পারবেন।
- অভিকর্ষ বল একটি সংরক্ষণশীল বল ব্যাখ্যা করতে পারবেন।
- ঘর্ষণ বল একটি অসংরক্ষণশীল বল ব্যাখ্যা করতে পারবেন।



৪.৫.১ সংরক্ষণশীল বল ও অসংরক্ষণশীল বল (Conservative Force & Nonconservative Force)

পদার্থবিজ্ঞানে সকল বলকে দু'ভাবে ভাগ করা হয় – সংরক্ষণশীল বল ও অসংরক্ষণশীল বল।

(১) সংরক্ষণশীল বল

কোনো বস্তু বা কণার উপর যে বল দ্বারা কৃত মোট কাজের পরিমাণ শূন্য হয় তাকে সংরক্ষণশীল বল বলা হয়। বস্তু বা কণার উপর সংরক্ষণশীল বল ক্রিয়াশীল হলে বস্তুটিকে বিভিন্ন পথে ঘুরিয়ে একটি পূর্ণচক্র সমাপ্ত করে এবং আগের অবস্থানে ফিরিয়ে আনে। অভিকর্ষ বল, বৈদ্যুতিক বল, চৌম্বক বল, আদর্শ স্প্রিং-এর বিকৃতি প্রতিরোধী বল প্রভৃতি সংরক্ষণশীল বলের উদাহরণ।

আমরা যদি একটি বস্তুকে অভিকর্ষ বলের বিরুদ্ধে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করি এটি উপরে উঠবে, নির্দিষ্ট উচ্চতায় গিয়ে এর গতি থেমে যাবে এবং বস্তুটি খাড়া নিচে নেমে আমাদের হাতে ফিরে আসবে। এখানে বস্তুটি হাত থেকে নিক্ষেপ হয়ে পুনরায় হাতে ফিরে আসায় গতির একটি পূর্ণচক্র সম্পন্ন হয়েছে। এই চক্রে বস্তুটির উপর অভিকর্ষ বলের সম্পাদিত মোট কাজের পরিমাণ শূন্য।

(২) অসংরক্ষণশীল বল

কোনো বস্তু বা কণার উপর যে বল দ্বারা কৃত মোট কাজের পরিমাণ শূন্য হয় না তাকে অসংরক্ষণশীল বল বলা হয়। বস্তু বা কণার উপর অসংরক্ষণশীল বল ক্রিয়াশীল হলে বস্তুটিকে বিভিন্ন পথে ঘুরিয়ে একটি পূর্ণচক্র সমাপ্ত করে এবং আগের অবস্থানে ফিরিয়ে আনলেও মোট কাজ শূন্য হয় না।

আমরা যদি একটি বস্তুকে অন্য বিন্দুতে সরিয়ে নিতে যাই বল প্রয়োগ করতে হয়, প্রযুক্ত বল দ্বারা কিছু কাজ সম্পন্ন হয়। এটি ধনাত্মক কাজ। এখন ঐ বস্তুটিকে দ্বিতীয় বিন্দু থেকে পুনরায় আগের বিন্দুতে ফিরিয়ে আনতে বল প্রয়োগ করতে হয় এই বল দ্বারা কৃত কাজও ধনাত্মক হবে, অথবা পূর্বের কাজের সমান ও বিপরীত নাও হতে পারে। তা হলে পূর্ণচক্রের মোট কাজের পরিমাণ শূন্য হবে না। এটি অসংরক্ষণশীল বল। ঘর্ষণ বল, সান্দ্র বল প্রভৃতি অসংরক্ষণশীল বল।

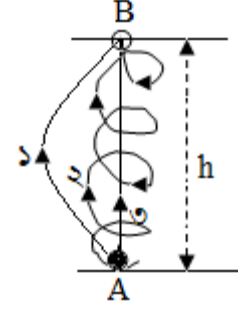
৪.৫.২ অভিকর্ষ বল একটি সংরক্ষণশীল বল (Gravitational Force is a Conservative Force)

ধরি m ভরের একটি বস্তুকে ভূমি তলের A বিন্দু থেকে অভিকর্ষ বলের বিরুদ্ধে h উচ্চতায় B বিন্দুতে তোলা হলো (চিত্র ৪.৮)। বস্তুটিকে কোন পথে তোলা হলো এখানে তা বিবেচ্য নয়। ১ নং, ২নং বা ৩ নং ইত্যাদি যে পথেই তোলা হোক না কেন প্রতি ক্ষেত্রেই বস্তুটির সরণ হবে একই উচ্চতা h । সকল ক্ষেত্রেই অভিকর্ষ বল mg খাড়া নিচের দিকে ক্রিয়াশীল হবে। এখানে g অভিকর্ষ ত্বরণ। ৪.৮ চিত্রে প্রদর্শিত তিনটি পথেই কৃত কাজের পরিমাণ সমান অর্থাৎ,

$W_1 = -mgh$ খাড়া নিচের দিকে ক্রিয়া করে। বস্তুটি h উচ্চতা থেকে আপনা আপনি অথবা যে কোনো উপায়ে ভূমি তলের A বিন্দুতে ফিরে আসলে সরণ হবে h , এক্ষেত্রে কৃত কাজ,

$W_2 = mgh$ [যেহেতু সরণের দিক অভিকর্ষ বলের অভিমুখে তাই কাজ ধনাত্মক]

∴ মোট কৃত কাজ, $W = W_1 + W_2 = (-mgh + mgh) = 0$



চিত্র : ৪.৮

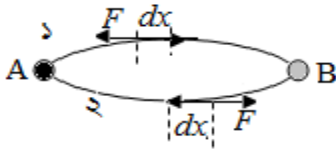
অতএব অভিকর্ষীয় বল সংরক্ষণশীল বল এবং এই বল কর্তৃক কৃত কাজ পুনরুদ্ধার

করা সম্ভব। সংরক্ষণশীল বলের বৈশিষ্ট্য হলো কোনো বস্তুকে এক বিন্দু থেকে অপর কোনো বিন্দুতে নিয়ে যেতে ঐ বল কর্তৃক কৃত কাজ শুধু বিন্দুদ্বয়ের অবস্থানের উপর নির্ভর করে- পথের অবস্থানের উপর নির্ভর করে না।



৪.৫.৩ ঘর্ষণ বল একটি অসংরক্ষণশীল বল (Frictional Force is a Nonconservative Force)

ধরা যাক একটি বস্তুকে মসৃণ অনুভূমিক মেঝের উপর দিয়ে A বিন্দু থেকে ঠেলে ১ নং পথে B বিন্দুতে নেয়া হলো (চিত্র ৪.৯)। এক্ষেত্রে ঘর্ষণ বল বস্তুর গতির তথা প্রযুক্ত বলের অভিমুখের বিপরীত দিকে ক্রিয়া করবে। কাজেই এই স্থানান্তরের জন্য ঘর্ষণ বলের বিরুদ্ধে কাজ করতে হবে গতি পথের একটি ক্ষুদ্র সরণ dx হলে গড় সংঘর্ষ বল F এর বিপরীতে কৃত কাজ $W = -Fdx$ হবে।



চিত্র : ৪.৯

১নং পথে A থেকে B পর্যন্ত নিতে মোট কৃত কাজ এই রূপ ছোট ছোট কৃত কাজের সমষ্টির সমান।

$$\text{বা, } W_1 = -\int_a^b Fdx$$

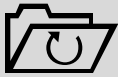
এখন যদি বস্তুটিকে ২নং পথে B বিন্দু থেকে পুনরায় A বিন্দুতে নিয়ে যাওয়া হয় তবে এ ক্ষেত্রেও ঘর্ষণ বল গতির পথের বিপরীতে ক্রিয়া করবে।

কাজেই এক্ষেত্রেও কৃত কাজ হবে, $W_2 = -\int_b^a Fdx$ ।

উভয় ক্ষেত্রেই কাজ ঘর্ষণ বলের বিপরীতে হওয়ায় উভয় কাজই ঋণাত্মক। ফলে তাদের যোগফল শূন্য হতে পারে না।

$$\text{অর্থাৎ, } W = W_1 + W_2 = -\int_a^b Fdx + (-\int_b^a Fdx) = -\int_a^b Fdx - \int_b^a Fdx \neq 0$$

কাজেই ঘর্ষণ বল দ্বারা কৃত কাজ পুনরুদ্ধার করা সম্ভব নয়। অতএব ঘর্ষণ বল অসংরক্ষণশীল বল। এবং অসংরক্ষণশীল বলের ক্রিয়া অভিমুখ বস্তুর গতি অভিমুখের উপর নির্ভরশীল।



সার-সংক্ষেপ :

- সংরক্ষণশীল বল : কোনো বস্তু বা কণার উপর যে বল দ্বারা কৃত মোট কাজের পরিমাণ শূন্য হয় তাকে সংরক্ষণশীল বল বলা হয়।
- অসংরক্ষণশীল বল : কোনো বস্তু বা কণার উপর যে বল দ্বারা কৃত মোট কাজের পরিমাণ শূন্য হয় না তাকে অসংরক্ষণশীল বল বলা হয়।



পাঠোত্তর মূল্যায়ন-৪.৫

বহুনির্বাচনী প্রশ্ন:

সঠিক উত্তরের পাশে টিক (✓) চিহ্ন দিন।

১। কোন বল দ্বারা কৃত কাজ গতি পথের উপর নির্ভর করে না ?

- | | |
|-------------------------------|-------------------------------|
| (ক) ধনাত্মক বল দ্বারা কৃত কাজ | (খ) ঋণাত্মক বল দ্বারা কৃত কাজ |
| (গ) সংরক্ষণশীল বলের কৃত কাজ | (ঘ) অসংরক্ষণশীল বলের কৃত কাজ |

২। কোনটি সংরক্ষণশীল বল ?

- | | |
|--|------------------------------|
| (ক) ফুট বল টিকে উপরের দিকে ছুড়ে দেয়া | (খ) ফুট বলটিকে গোলে কিক করা |
| (গ) ফুট বলটিকে পায়ে পায়ে এগিয়ে নেওয়া | (ঘ) ফুট বলটিকে হাতে ধরে রাখা |

৩। অসংরক্ষণশীল বলের ক্রিয়া অভিমুখ নিচের কোনটির উপর উপর নির্ভরশীল।

- | | |
|--------------------|------------------------|
| (ক) অভিকর্ষজ ত্বরণ | (খ) বস্তুর গতির অভিমুখ |
| (গ) বস্তুর বেগ | (ঘ) বস্তুর গতি শক্তি |

৪। সংরক্ষণশীল বলে দ্বারা কৃত কাজের বৈশিষ্ট্য কোনটি ?

- | | |
|----------------------------------|--|
| (ক) পথের অবস্থানের উপর নির্ভরশীল | (খ) দুটি বিন্দুর অবস্থানের উপর নির্ভরশীল |
| (গ) পথের দৈর্ঘ্যের উপর নির্ভরশীল | (ঘ) বলকে সম্পূর্ণ পুনরুদ্ধার করা সম্ভব নয় |

পাঠ-৪.৬

শক্তির সংরক্ষণ সূত্র

Principle of Conservation of Energy



উদ্দেশ্য

এ পাঠ শেষে আপনি-

- শক্তির সংরক্ষণ সূত্র ব্যাখ্যা করতে পারবেন।
- যান্ত্রিক শক্তির সংরক্ষণ সূত্র ব্যাখ্যা করতে পারবেন।
- শক্তির সংরক্ষণ সূত্র ব্যবহার করে উৎক্ষিপ্ত বস্তুর সর্বোচ্চ উচ্চতা নির্ণয় করতে পারবেন।
- প্রমাণ করতে পারবেন যে সরল দোলকের গতির ক্ষেত্রে শক্তি সংরক্ষণ সূত্র প্রযোজ্য।



৪.৬.১ শক্তির সংরক্ষণশীলতার নীতি (Principle of conservation of Energy)

শক্তির সংরক্ষণশীলতা

আমরা বিভিন্ন প্রকার শক্তির সাথে পরিচিত। যেমন আলোক শক্তি, তাপ শক্তি, সৌর শক্তি, রাসায়নিক শক্তি, পারমাণবিক শক্তি, বৈদ্যুতিক শক্তি, যান্ত্রিক শক্তি, শব্দ শক্তি ও চৌম্বক শক্তি। যান্ত্রিক শক্তি আবার দুধরনের যথা গতি শক্তি ও বিভব শক্তি। ইতোমধ্যে আমরা গতি শক্তি ও বিভব শক্তি নিয়ে আলোচনা করেছি। শক্তি নিয়ত এক রূপ থেকে অন্য রূপে পরিবর্তিত হচ্ছে- যেমন তাপ শক্তি থেকে আলোক শক্তি, গতি শক্তি থেকে বিদ্যুৎ শক্তি, বিভব শক্তি থেকে গতি শক্তি ইত্যাদি। শক্তির সৃষ্টি ও বিনাশ সম্ভব নয়। কেবল এক রূপ থেকে অন্য রূপে রূপান্তর হয় মাত্র। একে বলে শক্তির নিত্যতা বা সংরক্ষণশীলতা। শক্তির নিত্যতাকে একটি সূত্র দিয়ে প্রকাশ করা হয়। একে বলা হয় শক্তির সংরক্ষণশীলতার নীতি। নীতিটি হল :

শক্তির সৃষ্টি বা বিনাশ নেই। শক্তি কেবল এক রূপ থেকে অন্য এক বা একাধিক রূপে পরিবর্তিত হতে পারে। রূপান্তরের আগে ও পরে মোট শক্তির পরিমাণ অপরিবর্তিত থাকে এবং মহাবিশ্বে মোট শক্তির পরিমাণ নির্দিষ্ট ও অপরিবর্তনীয়।

যান্ত্রিক শক্তির নিত্যতা বা সংরক্ষণশীলতা

আমরা জানি যান্ত্রিক শক্তি দু'ধরনের- গতি শক্তি ও বিভব শক্তি। কোনো ব্যবস্থায় যদি সংরক্ষণশীল বল ক্রিয়া করে তবে সেই ব্যবস্থায় যান্ত্রিক শক্তি সংরক্ষিত থাকে। অর্থাৎ গতি শক্তি ও বিভব শক্তির সমষ্টি অপরিবর্তিত বা ধ্রুব থাকে। যদি ব্যবস্থায় গতি শক্তি হ্রাস পায় তবে বিভব শক্তি বৃদ্ধি পায়। আবার যদি গতি শক্তি বৃদ্ধি পায় তবে বিভব শক্তি হ্রাস পায়। কিন্তু তাদের সমষ্টি সর্বদা অপরিবর্তিত থাকে। ধরা যাক কোনো ব্যবস্থায় আদি বিভব শক্তি U_i এবং আদি গতি শক্তি K_i । ব্যবস্থার উপর সংরক্ষণশীল বল ক্রিয়া করায় এক সময় বিভব শক্তি হল U_f এবং ঠিক তখনি গতি শক্তি হল K_f এখানে,

$$U_i + K_i = U_f + K_f \text{ হবে।}$$

$$\text{অর্থাৎ } U + K = \text{একটি ধ্রুবক} \dots \dots \dots (8.1b)$$

অতএব আমরা বলতে পারি- কোনো ব্যবস্থায় কেবল সংরক্ষণশীল বল ক্রিয়া করলে ঐ ব্যবস্থায় গতি শক্তি ও বিভব শক্তির সমষ্টি সর্বদা অপরিবর্তিত বা ধ্রুব থাকে অর্থাৎ,

$$\text{গতি শক্তি} + \text{বিভব শক্তি} = \text{ধ্রুবক।}$$

তবে অসংরক্ষণশীল বল যেমন ঘর্ষণ বলের ক্ষেত্রে এই সমীকরণ প্রযোজ্য হয় না।



৪.৬.২ অভিকর্ষীয় বলের প্রভাবে মুক্তভাবে পড়ন্ত বস্তুর ক্ষেত্রে শক্তির সংরক্ষণশীলতা

(Conservation of Energy in case of freely falling body under influence of Gravitational Force)

ধরা যাক m ভরের একটি বস্তু ভূ-পৃষ্ঠ থেকে h উচ্চতায় A বিন্দুতে স্থির অবস্থায় আছে (চিত্র ৪.১০)।

অতএব বস্তুটির বেগ, $v_o = 0$ এবং এর গতি শক্তি, $K_A = \frac{1}{2}mv_o^2 = \frac{1}{2}m(0)^2 = 0$

যেহেতু A বিন্দুতে বস্তুটির উপর অভিকর্ষ বল ক্রিয়াশীল এখানে অভিকর্ষ ত্বরণ g অতএব বস্তুটির বিভব শক্তি

$$U_A = mgh$$

অতএব A বিন্দুতে বস্তুটির মোট যান্ত্রিক শক্তি = $K_A + U_A = 0 + mgh = mgh$ (৪.১৯)

এখন বস্তুটিকে A বিন্দু থেকে মুক্ত ভাবে পড়তে দেয়া হলো। ধরা যাক t_1 সময়ে বস্তুটির B বিন্দু অতিক্রম করল এবং t সময়ে ভূ-পৃষ্ঠের C বিন্দুতে পতিত হলো। এখন B ও C বিন্দুতে বস্তুটির গতি শক্তি, বিভব শক্তি এবং মোট শক্তি হিসাব করা যাক।

B বিন্দুতে বেগ v_1 , A বিন্দু সাপেক্ষে g ত্বরণে অতিক্রান্ত দূরত্ব $(h - h_1)$

$$\therefore v_1^2 = v_o^2 + 2g(h - h_1) = (0)^2 + 2g(h - h_1) = 2g(h - h_1)$$

অতএব গতি শক্তি $K_B = \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}m \times 2g(h - h_1) = mgh_1$

আবার B বিন্দুতে বস্তুর উচ্চতা h_1

অতএব বিভব শক্তি, $U_B = mgh_1$

অতএব B বিন্দুতে বস্তুর মোট শক্তি = $K_B + U_B = mgh_1 + mgh_1 = mgh$ (৪.২০)

C বিন্দুতে বস্তুটির বেগ v_f , A বিন্দু সাপেক্ষে g ত্বরণে অতিক্রান্ত দূরত্ব h

$$\therefore v_f^2 = v_o^2 + 2g(h) = (0)^2 + 2g(h) = 2gh$$

অতএব গতি শক্তি $K_C = \frac{1}{2}mv_f^2 = \frac{1}{2}m \times 2gh = mgh$

আবার C বিন্দুতে বস্তুর উচ্চতা $h_f = 0$

অতএব বিভব শক্তি, $U_C = mgh_f = mg \times 0 = 0$

অতএব C বিন্দুতে বস্তুর মোট শক্তি = $K_C + U_C = mgh_f + 0 = mgh$ (৪.২১)

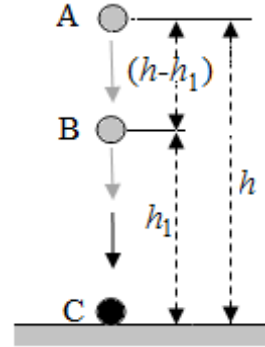
সমীকরণ (৪.১৯), (৪.২০) এবং (৪.২১) পর্যালোচনা করলে দেখা যায় মুক্তভাবে পড়ন্ত বস্তুর ক্ষেত্রে A, B ও C বিন্দুতে বস্তুর মোট যান্ত্রিক শক্তির পরিমাণ সর্বদা একই থাকে। এটি শক্তির সংরক্ষণশীলতার প্রমাণ।



৪.৬.৩ সরল দোলকের গতির ক্ষেত্রে শক্তি সংরক্ষণশীলতা

(Conservation of energy in case of Simple Pendulum)

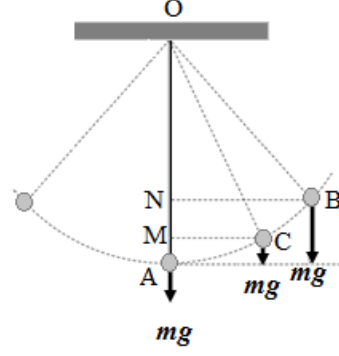
সরল দোলকের অগ্র-পশ্চাৎ আন্দোলনে গতি শক্তি ও বিভব শক্তির নিয়ত রূপান্তর ঘটেছে। কিন্তু আন্দোলনের প্রতি মুহূর্তে গতি শক্তি ও বিভব শক্তির সমষ্টি অপরিবর্তিত থাকে। গাণিতিকভাবে অতি সহজেই তা আমরা প্রমাণ করতে পারি।



চিত্র : ৪.১০

চিত্র ৪.১১ লক্ষ্য করুন। OA একটি সরল দোলকের সাম্য অবস্থান, এর ববটির ভর m । এটি দুলতে দুলতে কোনো এক সময় সর্বোচ্চ বিন্দু B-তে পৌঁছলে ক্ষণিকের জন্য গতি শূন্য হবে। B বিন্দু বরের সাম্যাবস্থান A থেকে AN উচ্চতায় অবস্থিত। গতি শূন্য হওয়ায়, B বিন্দুতে বরের গতিশক্তি, $K_b = 0$ ।

এবং A বিন্দুর সাপেক্ষে B বিন্দুতে দোলকের বিভব শক্তি,
 $U_b = mg \times \text{খাড়া উচ্চতা} = mg \times AN$
 (এখানে g অভিকর্ষীয় ত্বরণ।)



চিত্র ৪.১১

অতএব, B বিন্দুতে দোলকের মোট যান্ত্রিক শক্তি, $K_b + U_b = mg \times AN + 0$
 $= mg \times AN$

সুতরাং এই বিন্দুতে সরল দোলকের সমস্ত যান্ত্রিক শক্তি এর বিভব শক্তির সমান।

আন্দোলিত অবস্থায় কোনো এক সময় ববটি C বিন্দুতে পৌঁছাবে। এ অবস্থায় দোলকটির বিভবশক্তি ও গতি শক্তি উভয়ই থাকবে।

C বিন্দুতে বরের বিভব শক্তি, $U_c = mg \times AM$

C বিন্দুতে বরের গতি শক্তি, $K_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m(v_o^2 + 2gh) = \frac{1}{2}m \times 2gh$ [$\because v_o = 0$]
 $= mgh = mg \times NM = mg \times (AN - AM)$

\therefore C বিন্দুতে দোলকের মোট শক্তি = $K_c + U_c = mg \times AM + mg \times (AN - AM)$
 $= mg \times AN$

একইভাবে দেখানো যায় A বিন্দুতে এবং A এর বাম দিকে অন্যান্য বিন্দুতে মোট শক্তি = $mg \times AN$

অর্থাৎ বরের গতি পথে ও সর্বত্র মোট শক্তি ধ্রুব থাকে। এখানে A বিন্দুকে প্রসঙ্গ বিন্দু হিসেবে ধরা হয়েছে। A বিন্দুতে বিভব শক্তি শূন্য।



৪.৬.৪ শক্তির সংরক্ষণশীলতার নীতির ব্যবহারিক প্রয়োগ

(Application of the Principle of Conservation of Energy)

একটি বস্তুকে যখন খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করা হয় তখন শক্তির সংরক্ষণশীলতার নীতি অনুসারে তার গতি শক্তি ও বিভব শক্তির সমষ্টি ধ্রুব থাকে। এই নীতিকে কাজে লাগিয়ে নিষ্ফিণ্ড বস্তুর সর্বোচ্চ উচ্চতা নির্ণয় করা যায়। ধরা যাক একটি m ভরের বস্তুকে অভিকর্ষ বলের বিরুদ্ধে খাড়া উপরের দিকে v_o বেগে উৎক্ষেপ করা হলো বস্তুটি সর্বোচ্চ উচ্চতায় এর বেগ শূন্য হবে।

নিষ্ফেপের মুহূর্তে বস্তুটির বিভব শক্তি $U_1 = mgh = mh \times 0 = 0$ [যেহেতু নিক্ষেপ কালে $h = 0$]

গতি শক্তি, $K_1 = \frac{1}{2}mv_o^2$

মোট যান্ত্রিক শক্তি, $E_1 = U_1 + K_1 = 0 + \frac{1}{2}mv_o^2 = \frac{1}{2}mv_o^2$

বস্তুটি যত উঠতে থাকবে, তার বেগ ততো কমতে থাকবে। ফলে গতি শক্তি কমতে থাকবে কিন্তু বিভব শক্তি বাড়তে থাকবে। এক সময় বস্তুটির বেগ শূন্য হলে অভিকর্ষ বলের প্রভাবে বস্তুটি আবার নিচে নামতে শুরু করবে। সুতরাং সর্বোচ্চ উচ্চতায় $v = 0$ হবে। সর্বোচ্চ উচ্চতা h_{max} ধরলে, এই উচ্চতায়-

বিভব শক্তি, $U_2 = mgh_{max}$

গতিশক্তি, $K_2 = \frac{1}{2}mv^2 = 0$

মোট যান্ত্রিক শক্তি, $E_2 = U_2 + K_2 = mgh_{max} + 0 = mgh_{max}$

আবার শক্তির সংরক্ষণশীলতার নীতি অনুসারে যেহেতু, $E_1 = E_2$

$$\therefore mgh_{max} = \frac{1}{2}mv_o^2$$

$$\therefore h_{max} = \frac{v_o^2}{2g} \dots \dots \dots (8.22)$$

এই সমীকরণের সাহায্যে সহজেই নিষ্কিণ্ত বস্তুর সর্বোচ্চ উচ্চতা নির্ণয় করা যায়।



সার-সংক্ষেপ :

- শক্তির সংরক্ষণশীলতার নীতি : শক্তির সৃষ্টি বা বিনাশ নেই। শক্তি কেবল এক রূপ থেকে অন্য এক বা একাধিক রূপে পরিবর্তিত হতে পারে। রূপান্তরের আগে ও পরে মোট শক্তির পরিমাণ অপরিবর্তিত থাকে এবং মহাবিশ্বে মোট শক্তির পরিমাণ নির্দিষ্ট ও অপরিবর্তনীয়।
- যান্ত্রিক শক্তির সংরক্ষণশীলতা : কোনো ব্যবস্থায় যদি সংরক্ষণশীল বল ক্রিয়া করে তবে সেই ব্যবস্থায় যান্ত্রিক শক্তি সংরক্ষিত থাকে। অর্থাৎ গতি শক্তি (K) ও বিভব শক্তির (U) সমষ্টি অপরিবর্তিত বা ধ্রুব থাকে।
অর্থাৎ $U + K =$ একটি ধ্রুবক



পাঠোত্তর মূল্যায়ন-৪.৬

বহুনির্বাচনী প্রশ্ন:

সঠিক উত্তরের পাশে টিক (\checkmark) চিহ্ন দিন।

১। নিচের কোন ব্যবস্থায় বিভব শক্তি গতি শক্তিতে রূপান্তরিত হয়?

- (ক) একটি বস্তু উপরের দিকে উঠতে থাকলে (খ) একটি বস্তু উপর থেকে নিচে পড়তে থাকলে
(গ) বস্তু ভূমির উপর গড়িয়ে চললে (ঘ) বস্তুকে ভূমি থেকে উঁচুতে বুলিয়ে রাখলে

২। কোনো বস্তুকে নির্দিষ্ট উচ্চতা থেকে ফেলে দেয়া হলো ৫ মিটার উচ্চতায় এর গতি শক্তি বিভব শক্তির দ্বিগুণ হলে বস্তুটিকে কত উচ্চতা থেকে ফেলা হয় ?

- (ক) ১৫ মিটার (খ) ১০ মিটার (গ) ৭.৫ মিটার (ঘ) ৫ মিটার

৩। যান্ত্রিক শক্তির সংরক্ষণশীলতার নীতি কোন ক্ষেত্রে প্রযোজ্য?

- (ক) পড়ন্ত বস্তু (খ) উষ্ণ বস্তু (গ) বিদ্যুৎ থেকে তাপ উৎপাদন (ঘ) উপরের সব ক্ষেত্রে

৪। কোন যন্ত্রে সংরক্ষণশীলতার নীতি প্রযোজ্য ?

- (ক) সরল দোলক (খ) বৈদ্যুতিক পাখা (গ) ব্যাটারি চালিত ঘড়ি (ঘ) চলন্ত রিকশা

$$\text{আবার যেহেতু, } s = vt \text{ বা, } v = \frac{s}{t}$$

$$\therefore P = Fv \dots\dots\dots (8.28)$$

সমীকরণ (৪.২৪) থেকে দেখা যায় কোনো ব্যক্তি বা যন্ত্র যদি F বল প্রয়োগ করে প্রয়োগ বিন্দুতে স্থাপিত বস্তু কণা বা প্রয়োগ বিন্দুকে v বেগে গতিশীল রেখে কাজ সম্পাদন করে তা হলে তার ক্ষমতা হবে বল ও বেগের গুণফলের সমান।



৪.৭.৩ কর্মদক্ষতা (Efficiency)

আমরা জানি শক্তি নিত্য বা অবিভিন্দ্য। শক্তি নতুন করে সৃষ্টি করা যায় না অথবা শক্তি ধ্বংসও হয় না। শক্তি শুধু এক রূপ থেকে অন্য রূপে রূপান্তরিত হতে পারে। রূপান্তরের আগে ও পরে মোট শক্তির পরিমাণ সর্বদা অপরিবর্তিত থাকে। কিন্তু কার্য ক্ষেত্রে দেখা যায় কোনো যন্ত্র বা ব্যবস্থা থেকে নির্দিষ্ট কাজ পাওয়ার জন্য ঐ যন্ত্রে বা ব্যবস্থায় যতটুকু শক্তি সরবরাহ করা হয় ততটা কাজ পাওয়া যায় না। কিছুটা শক্তি কাজে ব্যবহৃত হয়, কিছুটা শক্তি অপ্রয়োজনীয় কাজে ব্যয় হয় বা নষ্ট হয়। অর্থাৎ শক্তির অপচয় হয়। অন্য ভাবে বলা হয় যে প্রদত্ত বা সরবরাহকৃত শক্তি এবং প্রাপ্ত বা লব্ধ শক্তি সমান হয় না। লব্ধ শক্তি সবসময়ই প্রদত্ত শক্তি থেকে কিছুটা কম হয়। যেমন মোটর গাড়ির ইঞ্জিনে যতটা পেট্রল ব্যবহার করা হয় তার বেশির ভাগ তাপ উৎপাদন করে, কম অংশ মোটর গাড়ি চালাতে ব্যবহৃত হয়। সব ক্ষেত্রেই প্রযুক্ত বা সরবরাহকৃত শক্তি থেকে কিছু না কিছু শক্তি অকার্যকর থেকে যায়। যে যন্ত্র প্রদত্ত শক্তিকে যত বেশি কাজে লাগাতে পারে সেই যন্ত্রের দক্ষতা তত বেশি। এই ধারণা থেকে কর্ম দক্ষতার সংজ্ঞা দেয়া হয়েছে।

কোনো যন্ত্রের বা ব্যবস্থার কর্মদক্ষতা হলো ঐ ব্যবস্থায় কার্যকর বা লব্ধ শক্তি এবং প্রদত্ত বা সরবরাহকৃত শক্তির অনুপাত। কর্মদক্ষতাকে সাধারণত গ্রীক বর্ণ (η) দ্বারা প্রকাশ করা হয়। তাই

$$\text{কর্মদক্ষতা, } \eta = \frac{\text{মোট কার্যকর শক্তি (output)}}{\text{মোট প্রদত্ত শক্তি (input)}} \dots\dots\dots (8.25)$$

কর্মদক্ষতাকে সাধারণত শতকরা মানে প্রকাশ করা হয় তাই (৪.২৫) সমীকরণটিকে লেখা হয়-

$$\eta = \frac{\text{মোট কার্যকর শক্তি (output)}}{\text{মোট প্রদত্ত শক্তি (input)}} \times 100\%$$

কোনো যন্ত্রের কর্মদক্ষতা ৪০% বলতে বুঝায় যে, ঐ যন্ত্রে ১০০ জুল শক্তি সরবরাহ করলে যন্ত্র থেকে লব্ধ বা কার্যকর শক্তি পাওয়া যায় ৪০ জুল।

শক্তির পরিবর্তে অনেক সময় শক্তির হার তথা ক্ষমতার অনুপাতের মাধ্যমেও কর্মদক্ষতাকে সংজ্ঞায়িত করা হয় যথা,

$$\eta = \frac{\text{কার্যকর ক্ষমতা}}{\text{মোট ক্ষমতা}} \times 100\% \dots\dots\dots (8.26)$$

ধরা যাক, কোনো যন্ত্রে E_1 পরিমাণ শক্তি সরবরাহ করা হলো এবং E_2 পরিমাণ শক্তি অপচয় হলো। তাহলে

$$\text{ঐ যন্ত্রের কর্মদক্ষতা, } \eta = \frac{E_1 - E_2}{E_1} \times 100\% \dots\dots\dots (8.27)$$



সার-সংক্ষেপ :

- ক্ষমতা : কাজ সম্পাদনকারী কোনো ব্যক্তি বা যন্ত্রের কাজ করার হার বা প্রতি সেকেন্ডে শক্তি সরবরাহের পরিমাণকে ঐ ব্যক্তি বা যন্ত্রের ক্ষমতা বলে। অর্থাৎ t সময়ে কোনো ব্যক্তি বা যন্ত্র W পরিমাণ কাজ করলে, ক্ষমতা, $P = \frac{W}{t}$
- ক্ষমতার মাত্রা ও একক : ক্ষমতার মাত্রা, ML^2T^{-3} এবং ক্ষমতার একক = W (ওয়াট)
- 1 সেকেন্ডে 1 জুল কাজ করার ক্ষমতাকে বলা হয় 1 ওয়াট । $1 W = 1 Js^{-1}$
- 1H.P = 746 Watt
- কর্মদক্ষতা : কর্মদক্ষতা, $\eta = \frac{\text{মোট কার্যকর শক্তি (output)}}{\text{মোট প্রদত্ত শক্তি (input)}} \times 100\% = \frac{E_1 - E_2}{E_1} \times 100\%$



পাঠোত্তর মূল্যায়ন-৪.৭

বহুনির্বাচনী প্রশ্ন:

সঠিক উত্তরের পাশে টিক (✓) চিহ্ন দিন।

১। কর্মদক্ষতার একক কোনটি?

(ক) ওয়াট

(খ) জুল

(গ) অশ্ব ক্ষমতা

(ঘ) কোনো একক নাই

২। কোনো যন্ত্রে সরবরাহকৃত শক্তি E_1 কার্যকর শক্তি E_2 হলে ঐ যন্ত্রের কর্মদক্ষতার জন্য রাশিমালা কোনটি ?

(ক) $\eta = \frac{E_2}{E_1} \times 100\%$

(খ) $\eta = \frac{E_1 - E_2}{E_1} \times 100$

(গ) $\eta = \frac{E_1 - E_2}{E_1} \times 100\%$

(ঘ) $\eta = \frac{E_1}{E_2} \times 100\%$

৩। কোনো যন্ত্রের কর্মদক্ষতা 80% বলতে আমরা নিচের কোনটি বুঝি?

(ক) ঐ যন্ত্রে 80% শক্তি সরবরাহ হয়

(খ) ঐ যন্ত্রে 20% শক্তি কার্যকর হয়

(গ) ঐ যন্ত্রের 20% শক্তির অপচয় হয়

(ঘ) ঐ যন্ত্রের 80% শক্তির অপচয় হয়

৪। 10m গভীর একটি কুয়া থেকে একটি মোটরের সাহায্যে প্রতি মিনিটে 120 kg পানি তোলা যায় যন্ত্রটির কর্মদক্ষতা 60%? ঐ যন্ত্রটির কর্মদক্ষতা 90% হলে মিনিটে কত পানি তোলা যেত?

(ক) 120 kg

(খ) 130 kg

(গ) 150 kg

(ঘ) 180 kg

পাঠ-৪.৮

ব্যবহারিক-৪ : একটি স্প্রিং এর বিভব শক্তি নির্ণয়
To Determine the Potential Energy of a Spring

উদ্দেশ্য

এ পাঠ শেষে আপনি-

- একটি স্প্রিং এর বিভব শক্তি নির্ণয় করতে পারবেন।



মূল তত্ত্ব :

একটি স্প্রিংকে কোনো দৃঢ় অবলম্বন থেকে খাড়াভাবে ঝুলিয়ে এর মুক্ত প্রান্তে একটি m ভরের বস্তু ঝুলিয়ে দিলে স্প্রিংটি টান টান হয়ে ঝুলবে এবং প্রসারিত হবে। স্প্রিংটি প্রসারিত হওয়ার ফলে এর স্প্রিং বলের বিরুদ্ধে অভিকর্ষীয় বল দ্বারা কাজ সম্পাদিত হবে। স্প্রিং বলের বিরুদ্ধে এই কৃত কাজের পরিমাণই হবে স্প্রিংটির বিভব শক্তি। ধরা যাক m ভরটি ঝুলানোর ফলে স্প্রিংটি সাম্যাবস্থান থেকে x পরিমাণ প্রসারিত হলো। তাহলে স্প্রিংটির বিভব শক্তি,

$$U = \frac{1}{2}kx^2 \dots\dots\dots (১) \quad [\text{এখানে } k = \text{স্প্রিং ধ্রুবক।}]$$

স্প্রিংটি সাম্য অবস্থান থেকে x পরিমাণ প্রসারিত হতে প্রযুক্ত বলের পরিমাণ যদি F হয় তাহলে,

$$F = mg = kx$$

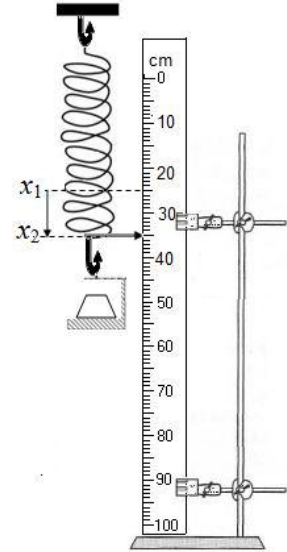
$$\text{বা, } k = \frac{mg}{x} \dots\dots\dots (২)$$

পরীক্ষা প্রাপ্ত ডেটা থেকে m ও x পরিমাপ করে এবং g এর মান ২ নং সমীকরণে বসিয়ে k এর মান বের হবে। এরপর ১ নং সমীকরণের সাহায্যে স্প্রিং এর বিভব শক্তি U নির্ণয় করা যাবে।

যন্ত্রপাতি : একটি স্প্রিং (ভর ঝুলানোর হুক এবং সূচক ও প্যান যুক্ত), স্কেল, প্রয়োজনীয় ভর বা বাটখাড়া।

কাজের ধারা :

- স্প্রিংটিকে ছাদের কোন দৃঢ় অবলম্বন বা হুক থেকে খাড়াভাবে ঝুলিয়ে দিন (চিত্র ৪.১২)। স্প্রিং এর নিচের প্রান্তের প্যানটি লাগিয়ে দিন যেন সূচক কাঁটাটি অনুভূমিক ভাবে অবস্থান করে।
- সূচক বরাবর একটি স্কেল খাড়া করে বসান। স্কেলটি থেকে সূচকের প্রাথমিক অবস্থানের পাঠ নিন (x_1)।
- স্প্রিংটির প্যানের উপর একটি জানা (m)ভরের বাটখাড়া রাখুন। স্প্রিংটির দৈর্ঘ্য প্রসারিত হবে। সূচক কাঁটাটি স্কেল বরাবর নিচে নেমে আসবে। স্প্রিংটি স্থির অবস্থানে আসলে সূচকের পাঠ নিন (x_2)। ($x_2 \sim x_1$) হবে m ভরের প্রভাবে স্প্রিংএর প্রসারণ। হুকে পাঠ লিখুন।
- আলাদা আলাদা ভরের জন্য উপরের ৩নং ধারার কাজটি পুনরাবৃত্তি করুন। এবং হুকে পাঠ লিখুন।



চিত্র : ৪.১২

পরীক্ষণ প্রাপ্ত ফলাফলের ডেটা শিট

পাঠ সংখ্যা	সূচকের আদি পাঠ x_1	প্যানের উপর স্থাপিত ভর m	সূচকের চূড়ান্ত পাঠ x_2 cm	স্প্রিং-এর প্রসারণ $(x_2 - x_1) = x$	স্প্রিং ধ্রুবক $k = \frac{mg}{x}$	স্প্রিং এর বিভব শক্তি $U = \frac{1}{2}kx^2$
	cm	kg		cm	Nm^{-1}	J
১						
২						
৩						
৪						
৫						

হিসাব : $k = \frac{mg}{x}$ ----- Nm^{-1}

$$U = \frac{1}{2}kx^2 \text{----- J}$$

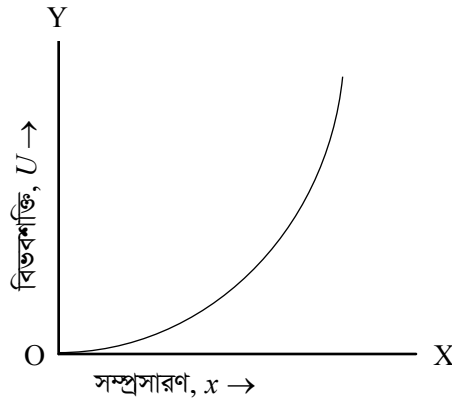
ফলাফল :

সতর্কতা :

- ১। স্প্রিংটি যেন মুক্তভাবে ঝুলে তা নিশ্চিত হতে হবে।
- ২। সূচকটি যেন স্কেলটিকে স্পর্শ না করে। তা হলে ঘর্ষণ জনিত বাধার সৃষ্টি হবে।
- ৩। প্যানের ওপর এমন ওজন চাপাবেন না যা স্প্রিং এর স্থিতিস্থাপক সীমা অতিক্রম করে।
- ৪। ভর চাপানোর আগে ও পরে স্প্রিং সূচকের পাঠ নেওয়ার আগে স্প্রিং-এর সাম্য অবস্থানে আসতে দিন।

আলোচনাঃ

সকল স্প্রিংএরই একটি স্থিতিস্থাপক সীমা থাকে। এই স্থিতিস্থাপক সীমা অতিক্রম করলে স্প্রিং আর তার আগের অবস্থায় ফিরে আসে না। এজন্য প্রদত্ত ভার স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে সীমাবদ্ধ রাখতে হবে। স্কেলের উপর সূচকের পাঠ সতর্কতার সাথে নিতে হয়, না হলে পরীক্ষণের ফলাফল ত্রুটিযুক্ত হবে। স্প্রিং এর সম্প্রসারণকে X-অক্ষে এবং বিভব শক্তিকে Y-অক্ষে নিয়ে লেখ চিত্র অঙ্কন করলে একটি মূল বিন্দুগামী পরাবৃত্ত (parabola) পাওয়া যায় (চিত্র ৬.১৩)। লেখ চিত্র থেকে স্প্রিং এর যে কোনো সম্প্রসারণের জন্য বিভব শক্তি নির্ণয় করা যায়।



চিত্র: ৪.১৩



চূড়ান্ত মূল্যায়ন

ক. সাধারণ বহুনির্বাচনী প্রশ্ন :

সঠিক উত্তরের পাশে টিক (✓) চিহ্ন দিন।

১। একটি ভারী বোঝা মাথায় নিয়ে দাঁড়িয়ে থাকা এক জন কুলির কাজের পরিমাণ শূন্য কেন ?

- (ক) বল শূন্য হওয়ার জন্য (খ) বোঝাটির হালকা বলে
(গ) সরণ শূন্য বলে (ঘ) বোঝাটির স্থিতি শক্তি নাই বলে

২। স্প্রিং এর উপর বল প্রয়োগ করে সংক্ষুচিত করে ছেড়ে দিলে স্প্রিংটির সাম্যবস্থায় ফিরে আসার কারণ কী?

- (ক) স্প্রিং এর গতি শক্তি (খ) স্প্রিং এর বিভব শক্তি
(গ) স্প্রিং এর গতি জড়তা (ঘ) স্প্রিংটির ভরবেগ

৩। আন্তর্জাতিক পদ্ধতিতে কাজের একক কী ?

- (ক) জুল (খ) ওয়াট (গ) ক্যালরি (ঘ) নিউটন

৪। ভূমি থেকে নির্দিষ্ট উচ্চতায় স্থাপিত কোন বস্তুর বিভব শক্তি নিচের কোনটির উপর নির্ভর করে না ?

- (ক) অভিকর্ষজ ত্বরণ (খ) বস্তুটির ভর (গ) বস্তুটির আকার (ঘ) বস্তুটির ভর

খ. বহুপদী সমাঙ্গিসূচক বহুনির্বাচনী প্রশ্ন :

১। যান্ত্রিক শক্তির রূপভেদ হলো-

- i. রাসায়নিক শক্তি
ii. গতি শক্তি
iii. বিভব শক্তি

কোনটি সঠিক ?

- (ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

২। কাজ-শক্তি উপপাদ্য হলো-

i. $W = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$

ii. $W = K - K_0 = \Delta K$

iii. বল দ্বারা কৃত কাজ = বস্তুর গতি শক্তির পরিবর্তন

কোনটি সঠিক ?

- (ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৩। কখন কাজ শূন্য হয়-

- i. বস্তুর উপর বল প্রয়োগ করলে
ii. বল ও সরণের মধ্যবর্তী কোণ 90° হলে
iii. সরণ না হলে

কোনটি সঠিক ?

- (ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

গ. সৃজনশীল প্রশ্ন :

নিচের বস্তুর অনুচ্ছেদটি পড়ুন। এবং অনুচ্ছেদ শেষের প্রশ্নগুলির উত্তর দিন।

১০০ মিটার উচ্চতায় উড়ন্ত হেলিকপ্টার থেকে একজন বৈমানিক ৫০ কেজি ভরের একটি আটার বস্তা নিচে ফেলে দিলেন। বস্তাটি মাটিতে পড়ে ফেটে গেল। সব আটা চারিদিকে ছড়িয়ে পড়ল। নিচের আশে পাশের লোক জন দৌঁড়ে এলেন। সবাই বলাবলি করতে লাগলেন – এটি কোনো কাজ হলো না। আর একজন বললেন কাজ নয় বলুন অকাজ হলো।

- প্রশ্ন : (ক) কাজ কাকে বলে ? ১
- (খ) এ ক্ষেত্রে কাজ হলো কি? ব্যাখ্যা করুন। ২
- (গ) বস্তা কর্তৃক কোনো কাজ হয়ে থাকলে তার পরিমাণ নির্ণয় করুন। ৩
- (ঘ) সৈনিক বস্তাটি ছুড়ে না ফেলে দড়ি বেধে নিচে নামালে কি কোনো কাজ হতো? আপনার উত্তরের স্বপক্ষে যুক্তি দিন। ৪

ঘ. সংক্ষিপ্ত উত্তর প্রশ্ন :

- ১। কাজের সংজ্ঞা দিন।
- ২। কাজের একক ও মাত্রা প্রতিপাদন করুন।
- ৩। কাজের একক কী? এর সংজ্ঞা দিন।
- ৪। শক্তি কী? কিলো ওয়াট ঘন্টা বলতে কী বুঝায়, লিখুন।
- ৫। যান্ত্রিক শক্তি কী ও কত প্রকার বর্ণনা করুন।
- ৬। কাজ শক্তি উপপাদ্যটি বিবৃত করুন।
- ৭। সংরক্ষণশীল বল বলতে কী বুঝায়, লিখুন।
- ৮। অসংরক্ষণশীল বল কাকে বলে, লিখুন।
- ৯। বিভব শক্তি কী? সংজ্ঞা দিন।
- ১০। শক্তির নিত্যতার সূত্রটি বিবৃত করুন।
- ১১। ক্ষমতা কাকে বলে, লিখুন।
- ১২। ক্ষমতার একক কী? এককটির সংজ্ঞা দিন।
- ১৩। যন্ত্রের কর্মদক্ষতা বলতে কী বুঝায়, লিখুন।

ঙ. বিশদ উত্তর প্রশ্ন :

- ১। ধ্রুব বলের দ্বারা কৃত কাজের পরিমাণ নির্ণয় করুন। দেখান যে, $W = \vec{F} \cdot \vec{S}$
- ২। বলের দ্বারা কাজ ও বলের বিরুদ্ধে কাজ উদাহরণসহ ব্যাখ্যা করুন।
- ৩। একটি স্প্রিং এর সঙ্কোচন ও প্রসারণের ক্ষেত্রে সম্পাদিত কাজের পরিমাণ নির্ণয় করুন।
- ৪। মহাকর্ষ বল দ্বারা কৃত কাজের রাশিমালা বের করুন।

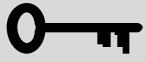
৫। গতি শক্তি কাকে বলে? দেখান যে, m ভরের কোন বস্তু v বেগে গতিশীল হলে তার গতি শক্তির $= \frac{1}{2}mv^2$

৬। কাজ শক্তি উপপাদ্যটি বিবৃত করুন এবং ধ্রুব বলের জন্য উপপাদ্যটি প্রতিপাদন করুন।

- ৭। বিভব শক্তি বলতে কী বুঝায়? অভিকর্ষজ বিভব শক্তির রাশিমালা নির্ণয় করুন।
 ৮। দেখান যে অভিকর্ষের প্রভাবে মুক্তভাবে পড়ন্ত বস্তুর যান্ত্রিকশক্তি সংরক্ষিত হয়।
 ৯। একটি সরল দোলকের গতির ক্ষেত্রে যান্ত্রিক শক্তির নিত্যতার সূত্রটি প্রমাণ করুন।
 ১০। পড়ন্ত বস্তুর ক্ষেত্রে যান্ত্রিক শক্তির নিত্যতার সূত্রটি প্রমাণ করুন।

চ. গাণিতিক সমস্যা :

- ১। 0.50 kg ভরের একটি বোমা ভূমি থেকে 1 km উঁচুতে অবস্থিত একটি বিমান থেকে ফেলে দেয় হল। ভূমি স্পর্শ করার পূর্বমুহূর্তে এর গতি শক্তি নির্ণয় করুন।
 ২। স্থিরাবস্থা থাকা 40 kg ভর বিশিষ্ট কোনো বস্তুর উপর নির্দিষ্ট বলের ক্রিয়ার ফলে 2s পর বস্তুটি 15ms^{-1} বেগ অর্জন করল। এর উপর কী পরিমাণ বল কাজ করেছে?
 ৩। একটি কুয়া থেকে 20m উপরে পানি তোলার জন্য 6kW ক্ষমতার একটি পাম্প ব্যবহার করা হয়। পাম্পের দক্ষতা 88.2% হলে প্রতি মিনিটে কত লিটার পানি তোলা যাবে?
 ৪। একটি মোটর মিনিটে 5.5×10^5 kg পানি 100m উপরে উঠাতে পারে। মোটরটির দক্ষতা 70% হলে এর ক্ষমতা নির্ণয় করুন।



উত্তরমালা

পাঠোত্তর মূল্যায়ন ৪.১ :	১। (গ)	২। (খ)	৩। (খ)	৪। (গ)	৫। (গ)
পাঠোত্তর মূল্যায়ন ৪.২ :	১। (ক)	২। (গ)	৩। (খ)	৪। (খ)	৫। (গ)
পাঠোত্তর মূল্যায়ন ৪.৩ :	১। (ক)	২। (গ)	৩। (ঘ)	৪। (খ)	
পাঠোত্তর মূল্যায়ন ৪.৪ :	১। (খ)	২। (ঘ)	৩। (ঘ)	৪। (গ)	
পাঠোত্তর মূল্যায়ন ৪.৫ :	১। (গ)	২। (ক)	৩। (খ)	৪। (খ)	
পাঠোত্তর মূল্যায়ন ৪.৬ :	১। (খ)	২। (গ)	৩। (গ)	৪। (ক)	
পাঠোত্তর মূল্যায়ন ৪.৭ :	১। (ঘ)	২। (ক)	৩। (গ)	৪। (ঘ)	

চূড়ান্ত মূল্যায়ন

- ক. সাধারণ বহুনির্বাচনী প্রশ্ন : ১। (গ) ২। (খ) ৩। (ক) ৪। (গ)
 খ. বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনী প্রশ্ন : ১। (গ) ২। (ঘ) ৩। (গ)
 গ. সৃজনশীল প্রশ্ন :- (ক) অনুচ্ছেদ ৪.১.১ (খ) অনুচ্ছেদ ৪.২.৩
 (গ) 49000 J (ঘ) নিজে ব্যাখ্যা করুন। টিউটরের সহায়তা নিন

- চ. গাণিতিক সমস্যা : ১। 4900 J ২। 300 N ৩। 1620 litre ৪। 1.28×10^7 W